

# О МОДУЛЯХ И КОЭФФИЦИЕНТАХ

## ON MODULI AND COEFFICIENTS

В. Г. ФЕДОРОВСКИЙ, канд. техн. наук

*Анализируется комплекс вопросов, связанных с определением основной деформационной характеристики грунтов: модуля общей деформации  $E$ , включая терминологию, историю вопроса, переход от модуля компрессии, определяемого в компрессионных испытаниях, к модулю деформации.*

### Ключевые слова:

*Компрессионные испытания, модуль компрессии, модуль общей деформации, штамповые испытания*

*The deformation modulus is the main soil deformation parameter. The paper includes some aspects associated with it: a terminology, a history, and methods of the determination including the oedometer test.*

### Key words:

*Compression modulus, compression tests, deformation modulus, plate tests*

В последнее время происходят некоторые изменения в нормативных документах, в частности, при описании методов расчета осадок фундаментов, причем это относится в большей мере не к самим методам, а к определению исходных параметров. В качестве примера такого рода изменений можно привести статью А. Н. Труфанова [1], печатаемую в настоящем сборнике. Поскольку далеко не со всеми изменениями можно согласиться, имеет смысл изложить альтернативный взгляд на рассматриваемые вопросы. При работе над статьей использовались материалы доклада автора на Петрухинских чтениях-2018.

**О терминологии.** В отечественной литературе жесткостные характеристики материалов определяются в теории упругости. Все названия имеют единообразный вид: модуль упругости  $E$ , модуль сдвига  $G$ , модуль объемного сжатия  $K$ , т. е. после слова «модуль» следует название процесса деформации. В механике грунтов ситуация иная. В силу того что грунты, вообще говоря, деформируются неупруго, само понятие модуля здесь условно, и результат определения модуля зависит от способа определения. Поэтому в названиях модулей появляется способ его определения: штамповый модуль, компрессионный модуль, прессиометрический модуль и т. п. Это нельзя считать терминами, это – профессиональный жаргон.

Ситуация усугубилась с появлением в ГОСТ 12248-2010 [2] термина «одеметрический» модуль  $E_{oed}$ . Он означает отношение приращений давления и вертикальной

деформации в некотором интервале. В статье [1] фигурирует еще и «компрессионный» модуль, который вовсе не равен «одометрическому», хотя одометр и компрессионный прибор – одно и то же. В соответствии с логикой отечественной терминологии «одометрический» модуль следует называть модулем компрессионного сжатия, или модулем компрессии. Ранее в литературе этот модуль обозначался  $M$ , как он и будет обозначаться далее. В современных обозначениях

$$M = \frac{1 + e_0}{m_0}, \quad (1)$$

где  $e_0$  – начальный коэффициент пористости;  $m_0$  – коэффициент сжимаемости.

**К истории вопроса.** Считается, что подход к расчету деформаций по модели линейно-деформируемой среды был предложен в основополагающей книге К. Терцаги [3]. Однако в реальности ни понятия о линейно-деформируемой среде, ни модуля общей деформации там нет. Есть распределение напряжений под нагруженной площадкой по решениям теории упругости (что делалось и ранее) и модуль упругости, полученный по осредненному графику разгрузки и повторного нагружения при компрессии. Терцаги довел компрессионный прибор до практически современного вида и на основе опытов с глинистыми грунтами получил знаменитый логарифмический закон компрессии (в существенно более громоздкой форме, чем он используется сейчас). На основе этого закона легко определяется коэффициент сжимаемости, который, в свою очередь, используется в расчете осадки фундамента методом типа послойного суммирования на основе «упругого» распределения вертикальных напряжений по глубине. И такой подход был распространен повсеместно в течение многих лет. Более того, и сейчас разработчики Eurocode 7 используют этот метод (см. [4, Р. 80]). Интересно, что помимо этого, используется формула для осадки штампа на однородном полупространстве, что, очевидно, неприменимо для фундаментов размером более 5 м, причем результаты расчетов двух типов расходятся в разы.

Модель линейно-деформируемой среды, по-видимому, получила развитие в СССР по инициативе Н. М. Герсеванова [5, первая редакция вышла в 1931 г.], который применил развитый аппарат теории упругости к решению задач геотехники и естественным образом пришел к связи модулей общей деформации и компрессии  $E = \beta M$ , где коэффициент  $\beta$  выражается через коэффициент Пуассона  $\nu$ :

$$\beta = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{1 - \nu}, \quad (2)$$

Переход к формуле послойного суммирования с использованием  $E$  и  $\beta$  произошел с введением первых СНиП по основаниям зданий и сооружений и по основаниям гидротехнических сооружений (1962 г.). В связи с этим встали вопросы определения этих характеристик. При этом коэффициенту  $\beta$  было уделено по не совсем понятной причине минимальное внимание экспериментаторов. С позиции расчета осадок это могло бы быть оправдано, поскольку  $\beta$  входит и в формулу для определения  $E$  через  $M$ , и в формулу послойного суммирования, причем в конечном счете эти коэффициенты

взаимно сокращаются, и в формуле для послойного суммирования остается только  $M$ . Именно так происходит в СП 23.13330.2011 «Основания гидротехнических сооружений» [6]. К сожалению, иначе обстоит дело в СП 22.13330.2011 «Основания зданий и сооружений» [7]: при определении  $E$ , как правило, используются значения  $\beta$ , зависящие от вида грунтов, а в формуле послойного суммирования  $\beta \equiv 0,8$ . Поэтому скажем, для глин, где рекомендованное на первом этапе значение  $\beta = 0,4$ , сжимаемость основания по формуле послойного суммирования удваивается.

**О методах определения модуля общей деформации.** Методы определения модуля  $E$  можно разделить на лабораторные и полевые, прямые и косвенные. Наиболее адекватен метод одноосного сжатия (трехосного при постоянном боковом давлении). В соответствии с законом Гука он дает в идеале результат напрямую, т. е. без всяких коэффициентов. В прессиометрических испытаниях напрямую получается модуль сдвига  $G$ , и переход к  $E$  происходит через коэффициент  $2(1 + \nu)$ , т. е. опять зависит от неизвестного коэффициента Пуассона. Штамповое испытание, обработанное по формуле Буссинеска, дает результат, слабо зависящий от коэффициента Пуассона (коэффициент  $(1 - \nu^2)$ ) и более существенно – от геометрии задачи (глубины и способа установки штампа). Последний коэффициент задается в табличном виде и не имеет аналитического обоснования. Наконец, самый распространенный метод – по результатам компрессионных испытаний, о котором, в основном, и идет речь в данной статье. В идеале переход происходит через коэффициент  $\beta$ , но величина последнего неизвестна.

Вторая существенная сложность связана с тем, что лабораторные методы дают значительно более низкие значения модуля, чем полевые. Это, разумеется, связано с несовершенством способов отбора образцов грунта и подготовки их к испытанию. Проанализируем кратко причины на примере записи выражения для модуля из СП 23.13330:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \beta m_c m_{pl} \quad (3)$$

Здесь  $\Delta\sigma$  – приращение вертикального эффективного напряжения в компрессионных испытаниях;  $\Delta\varepsilon$  – соответствующее приращение вертикальной деформации;  $m_c$  – коэффициент условий работы, зависящий от размера фундамента;  $m_{pl}$  – коэффициент, принимаемый для пылевато-глинистых грунтов равным отношению модуля деформации, полученного при испытании грунтов штампами, к модулю деформации, полученному при компрессионных испытаниях. При отсутствии указанных данных коэффициент  $m_{pl}$  для пылевато-глинистых грунтов твердой и полутвердой консистенций допускается принимать по рис. 1 в зависимости от коэффициента пористости  $e$  и показателя текучести  $I_L$ . Для пылевато-глинистых грунтов пластичных консистенций и песчаных грунтов коэффициент  $m_{pl}$  принимается равным 1.

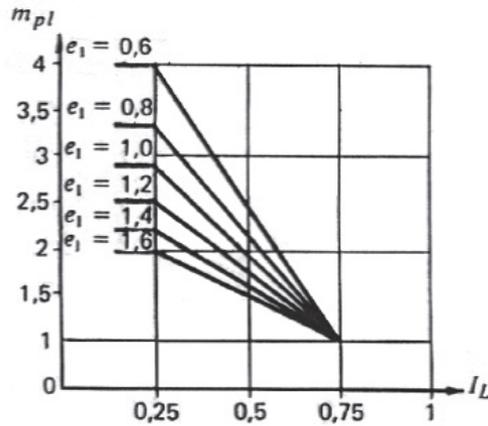


Рис. 1. График для определения коэффициента  $m_{pl}$  согласно СП 23.13330.2011

Составляющие формулы (3) нуждаются в комментариях.

Коэффициент  $\beta$  определяется по формуле (2), и поскольку коэффициент Пуассона, как правило, не определяется, в реальности  $\beta$  задается в диапазоне 0,4...0,8 в зависимости от вида грунта.

Коэффициент  $m_c$  принципиально невозможен в рамках механики сплошной среды. В теории упругости модуль – это локальное свойство материала, и он не может зависеть от геометрии или размеров массива. Мотивы авторов СП 23.13330 понятны – они пытаются описать давно известный факт, что с ростом размеров фундамента при постоянном среднем давлении по подошве осадка растет значительно медленнее, чем размер штампа (для однородного упругого полупространства осадка пропорциональна размеру штампа). В отечественной нормативной литературе эта проблема решается введением ограничения сжимаемой толщи по глубине, причем не только в СП 22.13330, но и в СП 23.13330 (!). График осадка – размер фундамента для однородного основания при постоянном среднем давлении по подошве по СП 22.13330 стабилизируется с ростом размера, стремясь к некоторой константе, а по СП 23.13330 при больших размерах фундамента осадка даже уменьшается, что не имеет никакого физического объяснения.

В приведенном описании коэффициента  $m_{pl}$  допущена ошибка. Написано, что график на рис. 1 относится к полутвердым и твердым пылевато-глинистым грунтам, в то время как в действительности на этом рисунке отражены данные для туго- и мягкопластичных грунтов. Последнее качественно совпадает с областью определения табл. 5.1 из СП 22.13330 [7], хотя там коэффициенты даются для всех пластичных глинистых грунтов.

Из графиков на рис. 1 можно сделать качественные выводы о причинах расхождения «лабораторного» и «полевого» модулей. Наиболее вероятная причина состоит в том, что при отборе монолитов и подготовке образцов для испытания наиболее «страдают» тонкие области вблизи торцов образца. Поэтому к общей деформации образца при компрессии добавляется деформация обжатия торцов. При этом чем жестче в реальности грунт, т.е. чем меньше коэффициент пористости  $e$  и показатель текучести

$I_L$ , тем больше вклад деформации торцов и тем больше поправочный коэффициент. Добавим, что для трехосных испытаний вклад торцевых деформаций мал из-за того, что образец грунта много выше, чем в компрессионных, и потому в нормах и стандартах на получаемую в стабилометре величину модуля нет поправочных коэффициентов.

Происхождение рекомендаций СП 23.13330 не вполне, к сожалению, понятно, в отличие от аналогичной таблицы коэффициентов Агишева – Игнатовой [8-10]. Между этими рекомендациями имеются определенные отличия. Первое из них указано выше – разная область определения по показателю текучести. Второе – в СП 22.13330 входы в таблицу – коэффициент пористости и вид грунта (супесь, суглинки, глина), а в СП 23.13330 – коэффициент пористости и показатель текучести. Третье – диапазон значений переходного коэффициента в СП 22.13330 – от 2 до 6, а в СП 23.13330 – от 1 до 4. В среднем в СП 23.13330 коэффициенты значительно ниже, что компенсируется в расчете осадок тем, что там и коэффициент  $\beta$  также ниже.

Происхождение коэффициента  $\beta$  также туманно. В книге Н.М. Герсеванова [5] приводятся результаты испытаний песчаных и глинистых грунтов в стабилометре типа В (Е.И. Медкова) при запертой воде в камере, что имитирует компрессионные испытания, но дает возможность измерять боковое давление. В результате для песков получены значения коэффициента бокового давления от 0,35 до 0,45, а для глин – от 0,6 до 0,7. Пересчитывая это по теории упругости, находим значения  $\beta$  в диапазоне от 0,8 до 0,4, т.е. в том же, который используется в действующих нормах. К сожалению, это не прямое, а косвенное определение коэффициента  $\beta$  – через коэффициент Пуассона, хотя в рассматриваемых приборах очень просто напрямую измерить соотношение жесткостей при компрессии и одноосном сжатии на одинаковых образцах грунтов.

Существенно иные результаты получены Г.И. Швецовым [11], который измерял коэффициент бокового давления  $\xi$  в компрессионном приборе с использованием тензометрического оборудования. Он получил для интервала давлений 0,1-0,25 МПа  $\xi$  в пределах 0,05-0,06, что соответствует диапазону  $\beta$  от 0,99 до 0,98, а для давлений 0,25-0,6 МПа соответствующие числа ближе к привычным, но тоже существенно от них отличаются: 0,32-0,48 и 0,85-0,70, соответственно.

Не останавливаясь на достоверности этих величин, особенно первых, отметим, что в них отразился очень существенный факт, что характеристики деформируемости грунтов изменяются в зависимости от действующих напряжений. Ни в СП 22.13330, ни в СП 23.13330 это обстоятельство не нашло отражения. Выход из этого положения предлагается в статье [1].

**О предложениях А.Н. Труфанова.** В начале статьи [1] речь идет о целесообразности прямого перехода от модуля компрессии, измеренного в приборе, к «полевому» модулю деформации, что, собственно говоря, и сделано в СП 22.13330.2016, где новая табл. 5.1 получена из старой домножением на коэффициент  $\beta$ . Это не очень удачная идея, так как исчезает структура перехода от лабораторного к полевому модулю, включающая два независимых этапа. Кроме того, как уже отмечалось, в расчетах осадок методом послойного суммирования целесообразно использовать не модуль общей деформации, а модуль компрессии.

Далее говорится, что неплохо было бы учесть в этой таблице (или как-либо иначе) влияние давления, при котором происходит опыт. С этим трудно не согласиться. Но метод, который используется при решении этой проблемы, вызывает возражения.

Рассмотрим, например, рис. 2 [1], где приводится осредненная зависимость штампового модуля от коэффициента пористости для полутвердых глин. Видно, что разброс исходных данных очень велик, поскольку и глины разные, и глубины отличаются. Сводить их к одной кривой как минимум ничем не обосновано.

На рис. 3-5 той же статьи приводятся аналогичные графики, но уже без разброса исходных данных. Значки на кривых, как видно из сравнения рис. 2 со второй сверху кривой на рис. 3, вовсе не означают средних значений для диапазона, как могло бы показаться. В действительности это просто точки на кривых, которые вносятся в таблицы.

В результате получаются табл. 4-6, которые не только не учитывают природное давление, но и не совпадают с табл. Б. 3 СП 22.13330 [7], т. е. исходная задача – учесть влияние природного эффективного вертикального напряжения (бытового давления) – здесь решается простейшим образом. Это влияние просто исключается осреднением по некоторой большой, но отнюдь не универсальной базе данных. Если пойти чуть дальше и осреднить все имеющиеся значения, то можно прийти к единому значению модуля для всех грунтов и во всех состояниях. Очевидно, что столь мощное оружие как осреднение должно использоваться очень аккуратно.

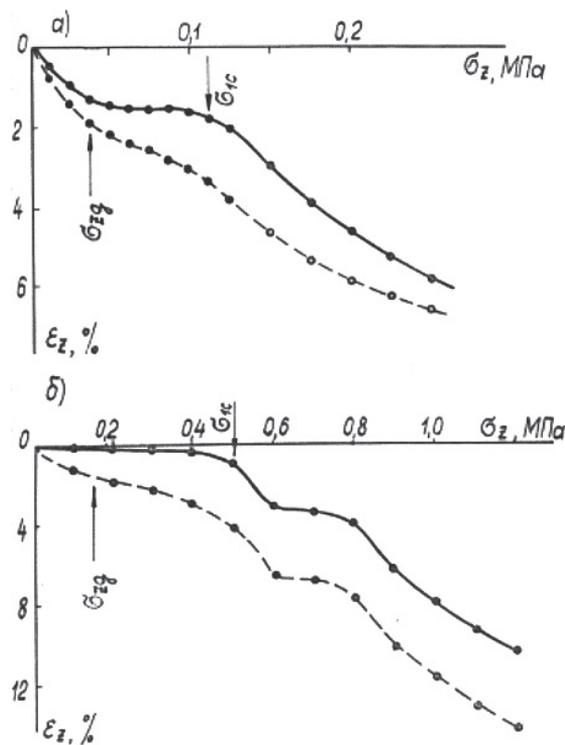
Далее таким же методом обрабатываются данные компрессионных испытаний (рис. 6). Влияние давления и здесь непостижимым образом исчезает. Хотя в случае компрессионных испытаний, начиная с Терцаги, накоплен огромный опыт определения зависимости модуля компрессии (который в [1] называется одометрическим), от давления. И всегда отмечается увеличение этого модуля с ростом давления, т. е. компрессионная кривая – это именно кривая. Здесь же осреднением получается прямая. При этом из приводимой корреляционной формулы следует, что «лабораторный» модуль компрессии равен  $1/0,0088 = 113,6$  МПа. В то же время на графиках для этого модуля (рис. 7-9) ничего даже приближающегося к этой величине нет (максимальное значение 33 МПа для полутвердых суглинков (больше, чем для твердых!).

Более того, «одометрический» модуль, полученный осреднением, оказывается независимым не только от давления, но и от показателя текучести (исключение составляют твердые глины). Это настолько противоречит опыту и предшествующим данным по «штамповому» модулю, что автор [1] дает попутно объяснение этого странного эффекта через влияние вытеснения воды из пор. Объяснение это неприемлемо хотя бы потому, что модули измеряются по стабилизированным осадкам, когда избыточные поровые давления уже рассеиваются; останавливаться на соображениях, что под штампом происходят сдвиги, а в одометре – уплотнение, не имеет смысла, хотя это тоже неточно: в обоих случаях доминирует компрессия, сочетающая и всестороннее сжатие, и сдвиг.

В результате получаются таблицы коэффициентов перехода от компрессии к штампу (табл. 10-12, рис. 11-13), в которых, вопреки всем предшествующим вариантам СП 22.13330 и СП 23.13330 и вопреки естественному объяснению, данному ранее,

коэффициенты перехода, как правило, с ростом коэффициента пористости возрастают, а не убывают (исключение составляют, опять-таки по необъяснимой причине, мягко-пластичные суглинки и пластичные супеси).

В заключение покажем, что в действительности вопрос об учете влияния уровня давления не решается методом осреднения. В работе В. Н. Широкова [12] приводятся результаты реальных и «идеальных» компрессионных испытаний. Последние получаются путем измерения деформаций в центральной по высоте части образца грунта. На рис. 2 видно, что действительно реальные деформации из-за обжатия торцов намного больше идеальных. Но это относится только к сравнительно малым давлениям. Начиная с некоторой пороговой величины, когда обжатие торцов завершается, реальный и «идеальный» графики практически параллельны, т. е. определяемый обычным образом касательный модуль компрессии не нуждается в корректировке.



**Рис. 2.** Компрессионные испытания (В. Н. Широков, 1990). Измерения в центральной части образца (верхние линии) и для образца в целом

### Выводы

1. Желательно называть «модулем компрессии» величину, именуемую в последнее время «одометрическим модулем». Эту величину целесообразно использовать в расчетах осадок фундаментов методом послойного суммирования, что позволит избежать применения неопределенного коэффициента  $\beta$ .

2. Переход между «лабораторным» и «полевым» значениями модуля компрессии следует обосновать заново с учетом физических причин этого перехода и следующих из него закономерностей и избегая чрезмерных обобщений, связанных с осреднением.

## Библиографический список

1. *Труфанов А.Н.* Новые таблицы для определения модуля деформации по результатам компрессионных испытаний // В наст. сборнике.
2. ГОСТ 12248-2010. Грунты. Методы лабораторного определения характеристик прочности и деформируемости.
3. *Терцаги К.* Строительная механика грунта на основе его физических свойств. М.-Л.: Госстройиздат, 1933. (K. Terzaghi. *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer grundlage.* Wien, 1925).
4. T.L. L. Orr Model Solutions for Eurocode 7: Workshop Examples. // Proc. of the International Workshop on the Evaluation of Eurocode 7/Dublin, 2005.
5. *Герсеванов Н.М.* Основы динамики грунтовой массы. М.-Л., ОНТИ.
6. СП 23.13330.2011 Основания гидротехнических сооружений.
7. СП 22.13330.2011 Основания зданий и сооружений.
8. *Агишев И.А.* Зависимость между пористостью и модулем деформации, установленная полевыми испытаниями глинистых грунтов // Научно-техн. бюл. «Основания и фундаменты», №20, Стройиздат, 1957.
9. *Игнатова О.И.* Исследование зависимости сжимаемости глинистых грунтов от их физических характеристик. Автореф. ... канд. техн. наук, НИИОСП, 1966.
10. *Игнатова О.И.* Корректировка значений модулей деформации глинистых грунтов пластичной консистенции, определенных на компрессионных приборах // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1968. №2. С. 8-10.
11. *Швецов Г.И.* Экспериментальные исследования сжимаемости грунтов в районе г. Новосибирска в полевых и лабораторных условиях. Автореф. ... канд. техн. наук. Новосибирск, НИИЖТ, 1965.
12. *Широков В.Н.* Упругопластические модели грунтов природного сложения и их применение к расчету грунтовых оснований: Автореф... д-ра. техн. наук. М., НИИОСП, 1990.

## Автор

Виктор Григорьевич ФЕДОРОВСКИЙ, канд. техн. наук, зав. лабораторией механики грунтов НИИОСП им. Н. М. Герсеванова АО «НИЦ «Строительство», Москва  
 Victor FEDOROVSKY, Ph. D. in Engineering, Head of soil mechanics laboratory, NIIOSP named after N. M. Gersevanov JSC Research Center of Construction, Moscow  
 e-mail: geconltd@mail.ru  
 тел.: +7 (499) 170-69-41