

УДК 69.04; 624.042.8

doi: [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2021-4\(31\)-66-78](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2021-4(31)-66-78)

# УЧЕТ ГОРИЗОНТАЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФУНДАМЕНТОВ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИЛ

Ю.Т. ЧЕРНОВ<sup>✉</sup>, д-р техн. наук  
Д. КБЕЙЛИ

*ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»  
Минобрнауки России (НИУ МГСУ), Ярославское шоссе, д. 26, г. Москва, 129337, Российская Федерация*

В статье приводится и иллюстрируется на примере расчета семиэтажного здания-башни с массивным фундаментом метод и алгоритм расчета плоских колебаний сооружений на сейсмические воздействия с учетом смещения фундамента, близкого к горизонтально-вращательным колебаниям, при вычислении сейсмических сил. Построены передаточные функции для массивного жесткого тела, которые используются при расчете фундаментов на горизонтальные силы и моменты, передающиеся на внешнюю плоскость фундамента от сейсмических сил. Результаты расчета зданий – гибких с первой частотой ~2,4 Гц и более жестких с первой частотой 7,1 Гц – показали, что значения приведенных сейсмических сил в зависимости от жесткости зданий возрастают в 1,5–2 раза. Полученные качественные и частично количественные результаты означают, что при проектировании сооружений в сейсмоопасных районах в той или иной форме следует учитывать возможную податливость фундаментов при различных типах грунта и конструктивных решений самих сооружений.

**Ключевые слова:** сейсмические силы, жесткость зданий, частоты собственных колебаний, фундаменты, горизонтально-вращательные колебания

**Для цитирования:** Чернов Ю.Т., Кбейли Д. Учет горизонтально-вращательных колебаний фундаментов при вычислении сейсмических сил // Вестник НИЦ «Строительство». 2021. Т. 31. № 4. С. 66–78. doi: [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2021-4\(31\)-66-78](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2021-4(31)-66-78)

## **Вклад авторов**

Чернов Ю.Т. – теоретические расчеты. Чернов Ю.Т., Кбейли Д. – разработка метода и алгоритма расчета плоских колебаний сооружений на сейсмические воздействия с учетом смещения фундамента, близкого к горизонтально-вращательным колебаниям, при вычислении сейсмических сил; обработка данных; написание текста статьи, обсуждение результатов.

## **Финансирование**

Исследование не имело спонсорской поддержки.

## **Конфликт интересов**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## **ACCOUNTING FOR HORIZONTAL TORSIONAL VIBRATIONS OF FOUNDATIONS WHEN CALCULATING SEISMIC LOAD**

Yu.T. CHERNOV,<sup>✉</sup> Dr. Sci. (Engineering)  
J. QBAILY

*Moscow State University of Civil Engineering, Yaroslavskoe Shosse, 26, Moscow, 129337, Russian Federation*

The article presents a method for calculating in-plane vibrations of building structures under seismic load taking into account the possibility of foundation displacement, which is similar to horizontal torsional vibrations when calculating earthquake forces. The method is illustrated by the structural design of a seven-storey tower-like building with a massive foundation. We develop transfer functions for a massive rigid body, which are subsequently used for calculating the response of the foundation subject to base shears and moments applied to the outer plane of the foundation under seismic forces. The structural calculations conducted for ductile structures with the first frequency of  $\sim 2.4$  Hz and for more rigid structures with the first frequency of 7.1 Hz showed that, depending on the building stiffness, reduced seismic forces increase by 1.5–2 times. According to the results obtained, when designing structures in areas of high seismic hazard, account should be taken of possible foundation flexibility effects depending on different types of soil and structural solutions of particular buildings.

**Keywords:** seismic forces, building stiffness, natural vibration frequencies, foundations, horizontal torsional vibrations

**For citation:** Chernov Yu.T., Qbaily J. Accounting for Horizontal Torsional Vibrations of Foundations When Calculating Seismic Load. Bulletin of Research Center of Construction. 2021. Vol. 31. No. 4. P. 66–78 (In Russ.). doi: [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2021-4\(31\)-66-78](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2021-4(31)-66-78)

#### Author contribution statements

Yu.T. Chernov developed the theoretical part and performed computations. Yu.T. Chernov and J. Qbaily developed a method for calculating in-plane vibrations in building structures under seismic load taking into account the possibility of foundation displacement, which is similar to horizontal torsional vibrations when calculating earthquake forces; processed experimental data; took part in writing the manuscript, as well as discussing the results.

#### Funding

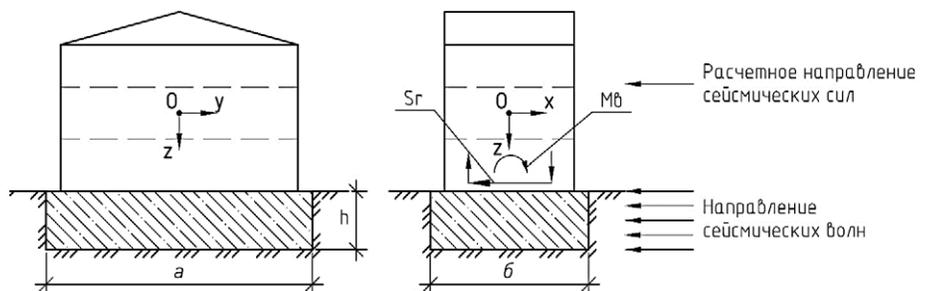
No funding support was obtained for the research.

#### Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

## 1. Основные зависимости

Метод и алгоритм расчета иллюстрируются на примере семиэтажного здания-башни с массивным фундаментом в виде железобетонного блока, на который передаются усилия от сейсмических сил в виде горизонтальной составляющей и момента (рис. 1). Рассматриваются плоские колебания в направлении меньшей жесткости (рис. 1) [1, 2].



**Рис. 1.** а – общая схема фасада; б – вид с торцевой части  
**Fig. 1.** a – the general plane of the facade; б – end view

Для некоторых типов зданий, конструктивная схема которых позволяет считать, что плоскость  $xOz$ , проходящая через центр масс, является плоскостью симметрии реакций грунта под фундаментом, система трех уравнений плоских колебаний распадается на уравнение вертикальных и систему горизонтально-вращательных колебаний. Вычисленные по известной схеме передаточные (ПФ) и импульсные (ИПФ) переходные функции и определяют принятый алгоритм расчета [3]:

$$\begin{aligned} m\rho_0^2 \ddot{\vartheta} + K_{\vartheta}\vartheta - K_{xz}X &= q_1(t) = M_1(t) = e^{i\omega t} \left( M_b + S_r \frac{h}{2} \right); \\ m\ddot{X} + K_x X - K_{xz}\vartheta &= S_r e^{i\omega t}, \end{aligned} \tag{1}$$

где  $\rho_0^2 = \frac{I_m}{m}$  – приведенный радиус инерции;

$I_m = \frac{m}{12}(b^2 + h^2)$  – момент инерции массы фундамента относительно оси  $Oy$ ;

$m$  – масса фундамента;

$K_{\vartheta}, K_x, K_{xz}$  – коэффициенты, определяющие упругие свойства грунта в зависимости от величины  $C_z$   $\frac{m}{M^3}$  и вида напряженного состояния:

– в основании:  $C_z, C_x, C_{xy}, C_{\varphi}$  – соответственно равномерного сжатия, равномерного сдвига, неравномерного сдвига, неравномерного сжатия;

– по боковым граням:  $C_{x\delta}, C_{\varphi\delta}, C_{z\delta}$  – равномерного бокового сжатия, неравномерного сжатия, равномерного сдвига;

– по торцевым граням:  $C_{xm}, C_{ym}, C_{y\varphi m}$  – равномерного сдвига, неравномерного сдвига, при повороте относительно оси  $Oy$ .

Равнодействующие усилий от реакций грунта показаны на рис. 2. Формулы для вычисления реакций и моментов от них приведены ниже. Значения моментов во всех случаях зависят от величины и направлений равнодействующих.

При единичном смещении центра масс:

– горизонтальные реакции в основании и моменты от этих реакций:

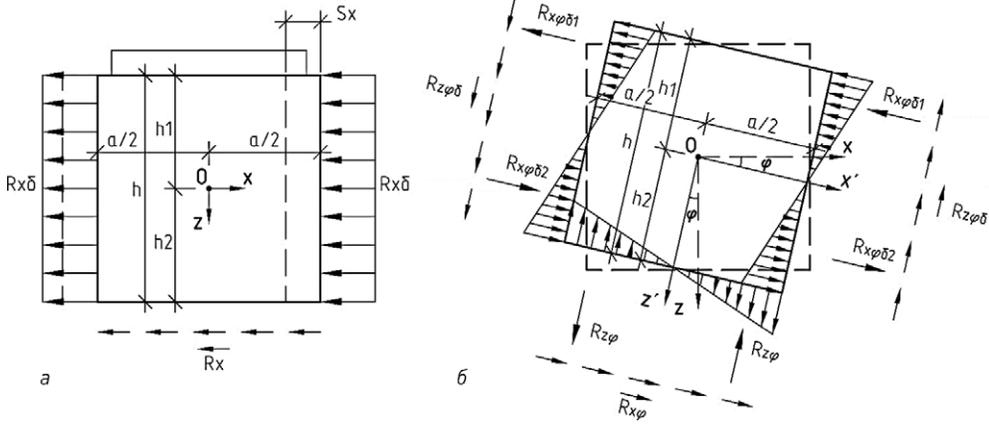
$$R_x = abC_x; M_{yx} = -\frac{abh}{2}C_x; \tag{2}$$

– равнодействующая горизонтальных реакций по боковым граням и моменты:

$$R_{x\delta} = 2hbC_{x\delta}; M_{yx\delta} = -R_{x\delta} \frac{h}{2} = -h^2 b C_{x\delta}; \tag{3}$$

– равнодействующие реакции на торцах и моменты относительно оси  $y$ :

$$R_{xt} = 2haC_{xt}; M_{yxt} = -\frac{1}{8}(h_b^2 - h_n^2) = 0. \tag{4}$$



**Рис. 2.** Положительные направления реакций в системе:  
 а – при горизонтальном смещении фундамента вправо;  
 б – при повороте фундамента по часовой стрелке  
**Fig. 2.** Positive directions of response in the system:  
 а – the foundation is horizontally shifted to the right;  
 б – the foundation is rotated clockwise

При единичном повороте относительно оси  $Oy$ :  
 – вертикальные реакции в основании и моменты:

$$R_{z\varphi_1} = -R_{z\varphi_2} = \frac{a^2 b}{8} C_\varphi; M_{yz} = \frac{a^3 b}{12} C_\varphi; \quad (5)$$

– равнодействующие горизонтальных реакций в основании и моменты:

$$R_{x\varphi} = -\frac{ah_2 b}{2} C_{x\varphi}; M_{yx\varphi} = \frac{ah^2}{4} b C_{x\varphi}; \quad (6)$$

– равнодействующие горизонтальных реакций по боковым граням и моменты:

$$R_{xy\delta} = R_{xy\delta_1} - R_{xy\delta_2} = \frac{1}{8} (h_1^2 - h_2^2) b C_{x\delta}; M_{x\varphi\delta} = \frac{h^3}{6} b C_{x\delta}; \quad (7)$$

– суммарная вертикальная реакция по боковым граням и момент:

$$R_{z\varphi\delta_1} = bh \frac{a}{2} C_{z\delta} = 0; M_{z\varphi\delta} = R_{z\varphi\delta_1} a = h \frac{a^2}{2} C_{z\delta}. \quad (8)$$

Воспользовавшись зависимостями (2)–(8), запишем формулы для вычисления коэффициентов системы (1):

$$K_g = M_{yz} + M_{yx\varphi} + M_{x\delta\varphi} + M_{z\delta\varphi} + M_{yT\varphi};$$

$$K_{xz} = M_{yx};$$

$$K_x = R_x + R_{x\delta} + R_{xT}. \quad (9)$$

Упругие постоянные удобно принять в долях от коэффициента  $C_z$ , а именно:  $C_x = C_z$ ,  $C_\varphi = 2C_z$ ,  $C_{z\varphi} = 2,1C_z$ ,  $C_{x\delta} = 0,7C_z$ ,  $C_{x\varphi} = 0,8C_z$ ,  $C_{z\delta} = 0,7C_z$ ,  $C_{x\tau} = 0,6C_z$ . Полагая  $a = 27,5$  м,  $b = 12,5$  м,  $h = 3,5$  м,  $m = 27,67 \cdot 10^2$  т, вычислим:

$$K_\vartheta = \frac{a^3b}{12} + 0,7\frac{ah^2}{4}b + 0,7\frac{h^3b}{6} + \frac{ha^2}{2}b + 2I_y \cdot 0,8C_z = 12123C_z \text{ (м}^4\text{)}; \quad (10)$$

$$K_{xz} = 0,8\frac{ahb}{2} = 520C_z \text{ (м}^3\text{)}; \quad (11)$$

$$K_x = (ab + 2hb \cdot 0,7 + 2ha \cdot 0,6)C_z = 1020C_z \text{ (м}^2\text{)}. \quad (12)$$

Следуя общей схеме записи ПФ и ИПФ, полагаем в определителе системы (1)  $\omega^2 = p^2$ , и приравняв его нулю, получают частотное уравнение, корни которого определяют частоты собственных колебаний системы. В частности, при  $C_z = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{Е}^3}$ ,  $a = 27,5$  м,  $b = 12,5$  м,  $h = 3,5$  м,  $m = 27,67 \cdot 10^3$  т,  $\rho_0^2 = \frac{I_x}{m} = \frac{a^2 + h^2}{12} = 14,64 \text{ м}^2$  частоты собственных колебаний вычислим из уравнения [4]:

$$p_2^4 - \left( \frac{K_x \rho_0^2}{m} + \frac{K_\vartheta}{m \rho_0^2} \right) p^2 + p_{\vartheta_0}^2 p_{x_0}^2 - \frac{K_{xz}}{m^2 \rho_0^2} = 0, \quad (13)$$

где  $p_{\vartheta_0}^2 = \frac{K_\vartheta}{m \rho} = 0,312C_z \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)^2$ ;  $p_{x_0}^2 = \frac{K_x}{m} = 0,363C_z \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)^2$ .

Решив уравнение, получим:

$$p_1^2 = 1,53 \cdot 10^4 \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)^2; p_1 = 1,17 \cdot 10^2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; n_1 = 18,63 \text{ Гц};$$

$$p_2^2 = 1,86 \cdot 10^4 \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)^2; p_2 = 1,29 \cdot 10^2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; n_2 = 20,54 \text{ Гц}. \quad (14)$$

## 2. Передаточные и импульсные переходные функции в задачах расчета плоских колебаний массивных тел в грунте

При построении передаточных функций уравнение (1) принимает вид [5]:

$$\begin{aligned} m\rho_x^2\dot{\vartheta} + K_\vartheta\vartheta - K_{xz}X_1 &= M_c e^{i\omega t}; \\ m\dot{X}_1 + K_x X_1 - K_{xz}\vartheta &= S_r e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (15)$$

Подставив в (15)  $\vartheta = e^{i\omega t}$ ;  $x = X e^{i\omega t}$ , после сокращения на  $e^{i\omega t}$  получим уравнение форм для этого случая:

$$\begin{aligned} (K_\vartheta - m\rho^2\omega^2) - K_{xz}X &= M_{\text{сум}}; \\ -K_{xz} + (K_x - m\omega^2)X &= S_r. \end{aligned} \quad (16)$$

Определитель системы вычислен в (13), (14).

Формулы для передаточных функций записываются так [6]:

$$X_1 = H_x = \frac{1}{m\rho_0^2(p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{(K_\vartheta - m\rho_0^2 p_r^2) S_r + K_{xz} M_B}{p_r^2 - \omega^2 + ip_r^2 \gamma_r} e^{i\omega t}; \quad (17)$$

$$= H_\vartheta = \frac{1}{m\rho_0^2(p_2^2 - p_1^2)} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{(K_x - mp_r^2) M_B + K_{xz} S_r}{p_r^2 - \omega^2 + ip_r^2 \gamma_r} e^{i\omega t}. \quad (18)$$

Коэффициенты при  $\cos\omega t$  можно вычислить, выделив действительную часть в зависимостях (17), (18). Например:

$$X_1 = \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{L_x(r)(\omega^2 - p_r^2 + ip_r^2 \gamma_r)}{(p_r^2 - \omega^2) - \gamma_r^2 p_r^4} (\cos\omega t - i \sin\omega t), \quad (19)$$

где:

$$\begin{aligned} L_x &= \frac{1}{\Delta} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} (K_\vartheta - m\rho_0^2 p_r^2) S_r + K_{xz} M_B; \\ L_\vartheta &= \frac{1}{\Delta} \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} (K_x - mp_r^2) M_B + K_{xz} S_r; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\Delta = m\rho_0^2(p_2^2 - p_1^2) = 27,67 \cdot 10^4 \cdot 14(1,86 - 1,53) \cdot 10^4 = 35,24 \cdot 10^{10}. \quad (21)$$

Приняв  $C_z = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^3}$  для грунтов, уточним значение коэффициентов в уравнении (1).

Тогда:

$$K_{\vartheta} = 605 \cdot 10^6 \text{ кН} \cdot \text{м}, K_x = 50,2 \cdot 10^6 \text{ кН}, K_{xz} = 2,1 \text{ кН}. \quad (22)$$

Значения  $L_x$  и  $L_{\vartheta}$  вычислим по формулам (20). Получаем:

$$L_x = (0,349 + 3,25) \cdot 10^{-4} S_r + 2 \cdot 0,737 \cdot 10^{-6} M_B = 3,6 \cdot 10^{-4} S_r + 0,9 \cdot 10^{-6} M_B; \quad (23)$$

$$L_{\vartheta} = (0,223 + 0,035) \cdot 10^{-4} M_a + 2 \cdot 0,737 \cdot 10^{-6} S_r = 0,258 \cdot 10^{-4} M_a + 0,91 S_r. \quad (24)$$

В результате можем записать:

$$X_1(t) = \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{L_x(p_r)}{(p_r^2 - \omega^2)^2 + \gamma_r^2 p_r^4} \cos(\omega t - \varphi_{x_r}) = \left[ \frac{0,349 \cdot 10^{-4}}{(1,53 - 0,394) \cdot 10^4} + \frac{3,28 \cdot 10^{-4}}{(1,86 - 0,394) \cdot 10^4} \right] \cos(\omega t + \varphi_r) S_r = 2,583 \cdot 10^{-8} S_r \cdot \cos(\omega t + \varphi_r) \text{ м}; \quad (25)$$

$$\vartheta(t) = \sum_{r=1}^2 (-1)^{r+1} \frac{L_{\vartheta}(p_r)}{(p_r^2 - \omega^2)^2 + \gamma_r^2 p_r^4} \cos(\omega t - \varphi_{\vartheta}) = \left[ \frac{0,223 \cdot 10^{-4}}{1,136 \cdot 10^4} + \frac{0,035 \cdot 10^{-4}}{1,441 \cdot 10^4} \right] \cos(\omega t + \varphi_r) S_r = 0,22 \cdot 10^{-8} M_B \cdot \cos(\omega t + \varphi_{\vartheta}) \text{ рад}, \quad (26)$$

где, в частности,  $\text{tg}\varphi_r = \frac{\gamma_r^2}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} = \frac{0,3}{1 - \frac{100}{18,63}} = \frac{0,3}{1 - 0,289} = 0,042$ ,  $\varphi_r = \arctg 0,042$ .

Влияние колебаний фундамента на величины сейсмических сил можно оценить, сравнивая амплитудные значения ускорений грунта с дополнительными амплитудами ускорений и сейсмических сил, определенных с учетом горизонтально-вращательных колебаний фундамента. Где, в частности, используя модифицированную гипотезу Фойгта и полагая  $\gamma_r^2 = 0,2$ , запишем [7, 8]:

$$\text{tg}\varphi_{x_r} = \frac{\gamma_r^2}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} = \frac{0,2}{1 - \frac{10^2}{18,63^2}} = 0,28 \approx \text{tg}\varphi_{\vartheta_r};$$

$$\text{tg}\varphi_{x_r} = \text{tg}\varphi_{\vartheta_r} = 0,31.$$

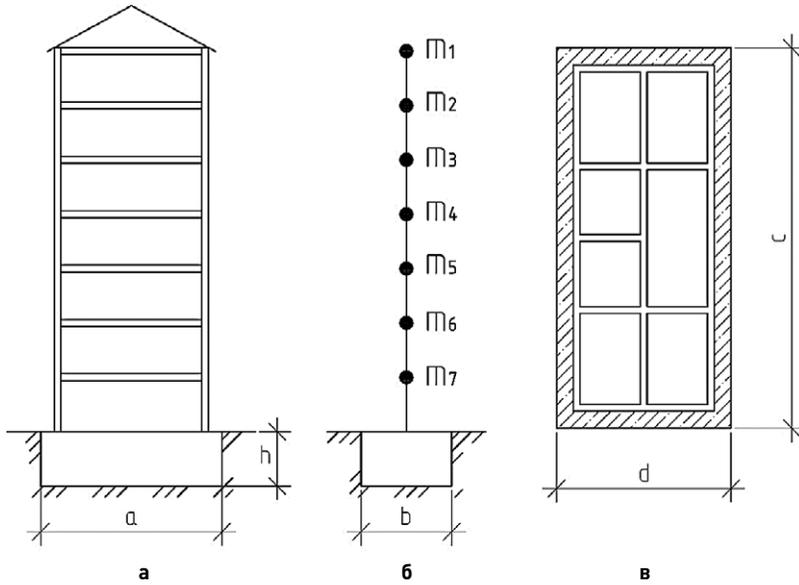


Рис. 3. Вертикальный и горизонтальный разрезы (а, в);  
расчетная схема (б)

Fig. 3. Vertical and horizontal sections (a, v);  
calculation scheme (б)

### 3. Пример расчета

Влияние перемещений фундамента от вычисленных ранее сейсмических сил оценим на примере расчета семиэтажного здания-башни (рис. 3).

Размеры и масса фундамента:  $c = 27,5$  м,  $d = 12,5$  м,  $h = 3,5$  м,  $M_{\text{ф}} = 27,67 \cdot 10^2$  т.

При вычислении сейсмических сил ограничимся первой формой, нормированные значения ординат которой:

$$(0,0176; 0,0147; 0,0116; 0,0085; 0,0055; 0,003; 0,001). \quad (27)$$

Приведенные массы:

$$m_1 = 1170 \text{ т}; m_2 \div m_7 = 1370 \text{ т}. \quad (28)$$

Воспользуемся известной зависимостью:

$$S_{jr} = m_j Y_{jr} I_r^* \sum_{i=1}^n Y_{ir} m_i \quad (\text{при } r=1), \quad (29)$$

где  $S_{jr}$  – сейсмическая сила, приложенная к  $j$ -й массе.

$$I_1^* = p_1^* \int_0^t \ddot{\xi}_0(\tau) e^{-\frac{\gamma}{2} p_1(t-\tau)} \sin p_1(t-\tau) d\tau \quad (30)$$

Поскольку речь идет об оценке влияния колебаний фундамента на сейсмические силы, примем некоторую идеализированную зависимость для  $\ddot{\xi}(t)$ :

$$\ddot{\xi}(t) = A\omega^2 \cos\omega t. \tag{31}$$

В этом случае:

$$I_1(t) = \frac{p_1^*}{A_1} \cos\omega(t - \varphi), \tag{32}$$

где  $A_1 = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p_1^2}\right)^2 + p_r^2 \gamma^2}$ ;  $\text{tg}\varphi = \frac{\gamma_r}{1 - \frac{\omega^2}{p_1^2}} = \frac{0,04}{1 - \frac{10^2}{2,4^2}} = -0,0023$ .

Вычисленная ранее первая частота собственных колебаний здания:  $n_1 = 2,4$  Гц,

$$p_1^2 = 2,3 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)^2. \text{ Частота внешнего воздействия: } n_1 = 10 \text{ Гц, } \omega^2 = (10 \cdot 6,28)^2 = 3944 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)^2.$$

Для качественной оценки влияния жесткости здания на величины дополнительных сил рассчитаем также более жесткое здание с первой частотой собственных колебаний:

$$n_1 = 7,1 \text{ Гц, } \omega^2 = (6,28 \cdot 7,1)^2 = 1988 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)^2. \text{ Тогда:}$$

$$A_1 = \sqrt{\left(1 - \frac{31 \cdot 10^2}{19,88 \cdot 10^2}\right)^2 + 0,1^2} \approx 16,1; I_1 = \frac{p_1^*}{16,1} = p_1^* \cdot 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ – для первого варианта,} \tag{33}$$

$$A_2 = \sqrt{\left(1 - \frac{32,44 \cdot 10^2}{1988 \cdot 10^2}\right)^2 + 0,1^2} \approx 1; I_2 = p_1^* \cdot 1 \text{ – для второго варианта.} \tag{34}$$

При

$$N_x = \sum_{i=1}^2 Y_{i1} m_i = 106,9 \text{ т} \cdot \text{м} \tag{35}$$

расчетные формулы для вычисления амплитудных значений сейсмических сил принимают вид:

– для первого варианта (при  $p_1 = 15,22 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ):

$$S_i = m_i Y_{i1} p_i = 6,4 \cdot 10^{-2} \cdot 106,9 = 6,84 \text{ кН}; \tag{36}$$

– для второго варианта (при  $p_1 = 44,6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ):

$$S_i = m_i Y_{i1} p_i = 106,9 \text{ кН}. \tag{37}$$

На верхнюю плоскость фундамента при амплитудных значениях сейсмических сил передаются:

$$S_r = \sum_{i=1}^7 S_i - \text{суммарная горизонтальная сила};$$

$$M_{\text{вн}} = \sum_{i=1}^7 S_i h_i - \text{суммарный момент.} \quad (38)$$

Используя зависимости (31)–(38), вычислим:  
– первый вариант:

$$S_r = 518 \text{ кН}; M_{\text{вн}} = 82,2 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

– второй вариант:

$$S_r = 809,4 \text{ кН}; M_{\text{вн}} = 12,84 \cdot 10^4 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (39)$$

Перемещения центра масс фундамента и угол поворота относительно оси  $Oy$  для обоих вариантов определим из зависимостей (23)–(26):

– первый вариант:

$$X_1(t) = 2,58 \cdot 10^{-8} \cdot 5,18 \cos(\omega t - \varphi_0) = 13,41 \cdot 10^{-6} \cos(\omega t - \varphi_1) \text{ м};$$

$$\vartheta(t) = 0,221 \cdot 10^{-8} \cdot 82,2 \cdot 10^2 \cos(\omega t - \varphi_0) = 0,116 \cdot 10^{-6} \cos(\omega t - \varphi_2) \text{ рад}; \quad (40)$$

– второй вариант:

$$X_1(t) = 2,59 \cdot 10^{-8} \cdot 0,894 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_3) = 2,315 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\vartheta(t) = 0,221 \cdot 10^{-8} \cdot 12,84 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_4) = 2,83 \cdot 10^{-4} \cos(\omega t - \varphi_4) \text{ рад}. \quad (41)$$

Дополнительные горизонтальные ускорения центра масс при частоте воздействия 10 Гц ( $\omega^2 = 3,94 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)$ ) вычислим, воспользовавшись (40), (41). Получаем:

– первый вариант:

$$W_{X_1} = \frac{d^2}{dt^2} X_0 \cos(\omega t - \varphi_1) = 0,1341 \cdot 10^{-4} \cdot 0,394 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_1) = 0,05 \cos(\omega t - \varphi_1) \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right);$$

$$W_{\vartheta_1} = \frac{d^2}{dt^2} 0,186 \cdot 10^{-4} \cdot 0,394 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_2) = 0,07 \cos(\omega t - \varphi_2) \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)^2; \quad (42)$$

– второй вариант:

$$W_{X_1} = 2,351 \cdot 10^{-4} \cdot 0,394 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_3) = 0,916 \cos(\omega t - \varphi_3) \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right);$$

$$W_{\varphi_1} = 2,83 \cdot 10^{-4} \cdot 0,394 \cdot 10^4 \cos(\omega t - \varphi_4) = 1,115 \cos(\omega t - \varphi_4) \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)^2. \quad (43)$$

Влияние дополнительных перемещений (и ускорений) центра масс фундамента на величины сейсмических сил оценивалось сравнением величины дополнительных и начальных ускорений. При оценке влияния угла поворота относительно оси  $Oy$  следует учитывать дополнительные сейсмические силы, величина которых может быть значительной.

При оценке влияния колебаний фундамента на величину сейсмических сил следует учитывать:

- а) сейсмические силы и моменты при горизонтальном смещении центра масс;
- б) сейсмические силы и моменты при угле поворота относительно оси  $Oy$ .

В примере частота вынужденных колебаний принята равной  $n_0 = 10 \text{ Гц}$ ;  $\omega^2 = 3944 \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$ .

Дополнительные горизонтальные силы и моменты следует вычислять по формулам:

– первый вариант:

$$S_{r_d} = 0,05 \cdot 518 = 25,9 \text{ кН};$$

$$S_{\varphi_d} = 0,07 \cdot 82,2 \cdot 10^2 = 575 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad (44)$$

– второй вариант:

$$S_{r_d} = 0,916 \cdot 809,4 = 741,4 \text{ кН};$$

$$S_{\varphi_d} = 1,115 \cdot 12,84 \cdot 10^2 = 14,31 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (45)$$

Величины дополнительных сейсмических сил и моментов при угле поворота фундамента относительно оси  $Oy$  можно вычислить по формулам:

$$S_{r_d} = W_9 \sum_{i=1}^7 m_i h_i = W_9 \cdot 1149 \text{ кН}; \quad M_{\varphi_d} = W_9 \sum_{i=1}^7 m_i h_i^2 = W_9 \cdot 116,49 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad (46)$$

– первый вариант:

$$S_d = 0,05 \cdot 1149 = 57,45 \text{ кН};$$

$$S_{\varphi_d} = 0,07 \cdot 116,14 \cdot 10^2 = 813 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad (47)$$

– второй вариант:

$$S_{r,d} = 0,916 \cdot 1149 = 1103 \text{ кН};$$

$$S_{9,d} = 1,115 \cdot 116,14 \cdot 10^2 = 1,3 \cdot 10^4 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (48)$$

Результаты расчетов сведены в таблице.

#### 4. Выводы

1. Жесткость надфундаментного строения заметно влияет на величины сейсмических сил и моментов, связанных с горизонтально-вращательными колебаниями фундамента. При увеличении первой собственной частоты здания с 2,4 до 7,1 Гц суммарные значения сейсмических сил увеличиваются ~ в 2 раза, что, естественно, увеличивает расчетную балльность.

2. Уточнение результатов расчета реальных зданий связано:

- с учетом сдвига фаз между величинами сейсмических сил и перемещениями фундамента;
- уточнением величин суммарных сейсмических сил и характера их изменений во времени.

3. Из-за условностей в задании упругих характеристик грунта количественные результаты, полученные в работе, следует рассматривать как качественные и достаточно приближенные. Хотя полученные соотношения, на наш взгляд, представляют определенный интерес при проектировании сейсмостойких зданий.

Таблица

**Сейсмические силы и моменты, возбуждаемые при горизонтально-вращательных колебаниях фундамента, и их сравнение с начальными величинами**

Table

**Seismic forces and moments excited by horizontal torsional vibrations of the foundation, and their comparison with the initial values**

Начальные значения		При горизонтальном смещении центра масс			При угловых ускорениях			Отношение дополнительных сейсмических сил и моментов к начальным, %	
сейсмических сил, кН	моментов, кН·м	ускорение, м/с <sup>2</sup>	сейсмические силы, кН	моменты, кН·м	ускорение (рад/с) <sup>2</sup>	сейсмические силы, кН	моменты, кН·м	сейсмические силы	моменты
<b>Первый вариант</b>									
518	8220	0,05	25,9	575	0,07	57,45	813	16	16,8
<b>Второй вариант</b>									
8094	128400	0,916	7414	1432	1,115	9024	14310	101	112

## Список литературы

1. Савинов О.А. Современные конструкции фундаментов под машины и их расчет / О.А. Савинов. – 2-е изд. – Л.: Стройиздат, 1979. – 346 с.
2. Пятецкий В.М. Современные фундаменты машин и их автоматизированное проектирование / В.М. Пятецкий, Б.К. Александров, О.А. Савинов. – М.: Стройиздат, 1993. – 415 с.
3. Чернов Ю.Т. Вибрации строительных конструкций. Аналитические методы расчета. Основы проектирования и нормирования вибраций строительных конструкций, подвергающихся эксплуатационным динамическим воздействиям / Ю.Т. Чернов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: АСВ, 2011. – 383 с.
4. Чернов Ю.Т., Зебилина М. К расчету систем виброизоляции с демпферами вязкого трения / Ю.Т. Чернов // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2018. – № 2. – С. 34–38.
5. Корнев Б.Г. Динамический расчет зданий и сооружений (Справочник проектировщика) / Б.Г. Корнев, И.М. Рабинович. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1984. – 303 с.
6. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – 6-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 636 с.
7. Пособие по проектированию конструкций зданий, испытывающие динамические воздействия: РТМ 6596-86 / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – Москва, 1986.
8. Руководство по проектированию виброизоляции машин и оборудования / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – М.: Стройиздат, 1972. – 157 с.

## Информация об авторах / Information about the authors

**Юрий Тихонович Чернов\***, д-р техн. наук, профессор кафедры строительной и теоретической механики ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» Минобрнауки России (НИУ МГСУ), Москва

e-mail: ChernovYT@mgsu.ru

**Yuri T. Chernov**,\* Dr. Sci. (Engineering), Professor of the Department of Structural and Theoretical Mechanics, National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow

e-mail: ChernovYT@mgsu.ru

**Джаафар Кбейли**, аспирант кафедры строительной и теоретической механики ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» Минобрнауки России (НИУ МГСУ), Москва

e-mail: Jaafarqbaily@gmail.com

**Jaafar Qbaily**, post-graduate student of the Department of Structural and Theoretical Mechanics, National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow

e-mail: Jaafarqbaily@gmail.com

\* Автор, ответственный за переписку / Corresponding author