

УДК 539.3

[https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-3\(34\)-45-53](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-3(34)-45-53)

EDN R0CWEG

ОПТИМАЛЬНЫЙ ВЫБОР РАСПОЛОЖЕНИЯ ОПОР В ЗАДАЧЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ

А.В. ЭЛОЯН^{1,2,✉}, канд. техн. наук
Дж.К. КАРАПЕТЯН^{1,2}, канд. геол. наук
Г.М. МАТЕВОСЯН¹
Р.К. КАРАПЕТЯН¹

¹Институт геофизики и инженерной сейсмологии им. А. Назарова Национальной академии наук Республики Армения (ИГИС НАН РА), ул. В. Саргсяна, д. 5, Гюмри, 3115, Республика Армения

²Национальный политехнический университет Республики Армении, Гюмрийский филиал (НПУА РА), ул. Мгера Мкртчяна, д. 2, Гюмри, 3115, Республика Армения

Аннотация

Введение. Тонкостенные пластинки как элементы конструкции имеют широкое применение в современном строительном деле, машиностроении, судостроении, самолетостроении и других областях современной техники. В срединной плоскости пластинки действуют равномерно распределенные нормальные механические усилия интенсивностью $\sigma\theta$ и температурное поле одновременно. В области исследования прочности и устойчивости прямоугольной пластинки следует отметить работы С.П. Тимошенко [1], С.А. Амбарцумяна [2] и др. В области оптимального проектирования тонкостенных элементов конструкций, а именно в задачах термоупругой устойчивости пластинки, недостаточно исследованы вопросы определения оптимального расположения опор. Вопросы оптимального расположения опор в пластинки рассматривались в работах В.Ц. Гнуни [3], М.В. Белубекяна [4] и А.В. Элояна [5, 6]. При одновременном воздействии нормальных механических усилий и температурного поля на прямоугольную пластинку ставится задача оптимального выбора параметра c , характеризующего расположение поперечных опор по длине пластинки, обеспечивающего наибольшее значение критической нагрузки.

Цель. Вычисление оптимальных значений параметра $\alpha = c/a$ и соответствующих значений $\bar{\sigma}$, \bar{h} для различных отношений сторон $\lambda = a/b$ пластинки и при заданных значениях температуры.

Материалы и методы. В работе были применены упругие изотропные пластинки и определено наибольшее значение критической нагрузки.

Результаты и выводы. Как показывают расчеты, оптимальное расположение опор для значения $\lambda = a/b = 1/2, 1$ получается при $\bar{\sigma} = 3\beta$ и зависит от температуры пластины. Наибольшее значение критической нагрузки для всех случаев отношения сторон пластинки получается при $\bar{\sigma} = 3\beta$, $\bar{h} = 0,01$, $w^* = 1,772$, $\alpha = 0,37$, $T = 300$ °С, обеспечивающих наибольшее значение критической нагрузки.

Ключевые слова: устойчивость, пластинка, упругость, оптимальное расположение, температурное поле

Для цитирования: Элоян А.В., Карапетян Дж.К., Матевосян Г.М., Карапетян Р.К. Оптимальный выбор расположения опор в задаче устойчивости прямоугольной пластинки при воздействии температурного поля. *Вестник НИЦ «Строительство»*. 2022;34(3):45–53. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-3\(34\)-45-53](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-3(34)-45-53)

Вклад авторов

Элоян А.В. – общее руководство работой, постановка цели и задач исследования.

Карапетян Дж.К. – ответственный исполнитель, анализ результатов, редактирование черного варианта статьи.

Матевосян Г.М. – обработка и анализ результатов.
Карапетын Р.К. – обработка и анализ результатов, подготовка черного варианта статьи.

Финансирование

Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 15.08.2022

Поступила после рецензирования 30.08.2022

Принята к публикации 06.09.2022

OPTIMAL SUPPORT POSITIONING OF A RECTANGULAR PLATE IN A STABILITY PROBLEM UNDER TEMPERATURE FIELD EXPOSURE

A.V. ELOYAN^{1,2,✉}, Cand. Sci. (Engineering)

J.K. KARAPETYAN^{1,2}, Cand. Sci. (Geology)

G.M. MATEVOSYAN¹

R.K. KARAPETYAN¹

¹*Institute of Geophysics and Engineering Seismology after A. Nazarov of the National Academy of Sciences of Republic Armenia (IGES NAS RA), V. Sargsyan Str., 5, Gyumri, 3115, Republic of Armenia*

²*National Polytechnic University of Armenia, Gyumri Branch (NPUA RA), Mher Mkrtchyan Str., 2, Gyumri, 3115, Republic of Armenia*

Abstract

Introduction. Thin plates are widely used structural elements in modern civil, mechanical, aeronautical, and marine engineering design. Alongside the temperature field, the middle plain of plates is subjected to uniformly distributed normal mechanical forces, with $\sigma\varphi$ intensity, which raises the stability problem of thin plates. The strength and stability of rectangular plates have been investigated by S.P. Timoshenko [1], S.A. Ambartsumyan [2] and others. In the field of design of thin structure elements, the optimal positioning of plate supports has been studied in the works of V.Ts. Gnuni [3], M.V. Belubekyan [4], and A.V. Eloyan [5, 6]. However, the problem of optimal support positioning has not been sufficiently studied, particularly regarding the thermoelastic stability of thin plates. The simultaneous exposure of mechanical forces and temperature field on a rectangular plate poses the issue of an efficient parameter c that determines the positions of transverse supports along the length of a plate thus ensuring the maximum buckling load.

Aim. To calculate the optimal values of a parameter $\alpha = c/a$ in accordance with $\bar{\sigma}$, \bar{h} values for different side ratios $\lambda = a/b$ of a plate for specified temperature values.

Materials and methods. Elastic isotropic plates were used, the maximum buckling load was determined.

Results and conclusions. According to the results, the optimal location of plate supports for values $\lambda = a/b - 1/2, 1$ is determined by $\bar{\sigma} = 3\beta$ depending on the plate temperature. The maximum buckling load is determined when $\bar{\sigma} = 3\beta$, $\bar{h} = 0,01$, $w^* = 1,772$, $\alpha = 0,37$, $T = 300$ °C.

Keywords: stability, plate, elasticity, optimal positioning, temperature field

For citation: Eloyan A.V., Karapetyan J.K., Matevosyan G.M., Karapetyan R.K. Optimal support positioning of a rectangular plate in a stability problem under temperature field exposure. *Bulletin of Science and Research Center of Construction*. 2022;34(3):45–53. (In Russ.) [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-3\(34\)-45-53](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-3(34)-45-53)

Author contribution statements

Eloyan A.V. – general supervision, setting the aims and tasks of the study.

Karapetyan J.K. – principal investigation, analysis of the results, editing of an article draft.

Matevosyan G.M. – processing and analysis of the study results.

Karapetyan R.K. – processing and analysis of the results, preparation of an article draft.

Funding

No funding support was obtained for the research.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Received 15.08.2022

Revised 30.08.2022

Accepted 06.09.2022

Введение

Тонкостенные пластинки как элементы конструкции имеют широкое применение в современном строительном деле, машиностроении, судостроении, самолетостроении и других областях современной техники. В современных конструкциях большое практическое применение имеют упругие изотропные и анизотропные пластинки, находящиеся под равномерно распределенным усилием с интенсивностью $\sigma\varphi$. В области исследований прочности и устойчивости прямоугольной пластинки следует отметить работы С.П. Тимошенко [1], С.А. Амбарцумяна [2] и др. В области оптимального проектирования тонкостенных элементов конструкций, а именно в задачах термоупругой устойчивости пластинки, недостаточно исследованы вопросы определения оптимального расположения опор. Вопросы оптимального расположения опор в пластинке рассматривались в работах В.Ц. Гнуни [3], М.В. Белубекаяна [4] и А.В. Элояна [5, 6].

Решение задачи

Пусть прямоугольная пластинка размерами $x \in [-a/2; a/2]$, $y \in [0, b]$, $z \in [-h/2; z/2]$ отнесена к прямоугольной системе декартовых координат $Oxyz$ так, что координатная плоскость $z = 0$ совпадает со срединной плоскостью пластинки. Предполагается, что продольные края пластинки свободно оперты, а поперечные опоры расположены на расстоянии c от срединной линии $x = 0$ пластинки, т. е. по направлениям $x = -c$ и $x = +c$ (рис. 1).

В срединной плоскости пластинки по направлениям ее сторон Ox действуют равномерно распределенные нормальные механические усилия интенсивностью $\sigma\varphi$ и температурное поле.

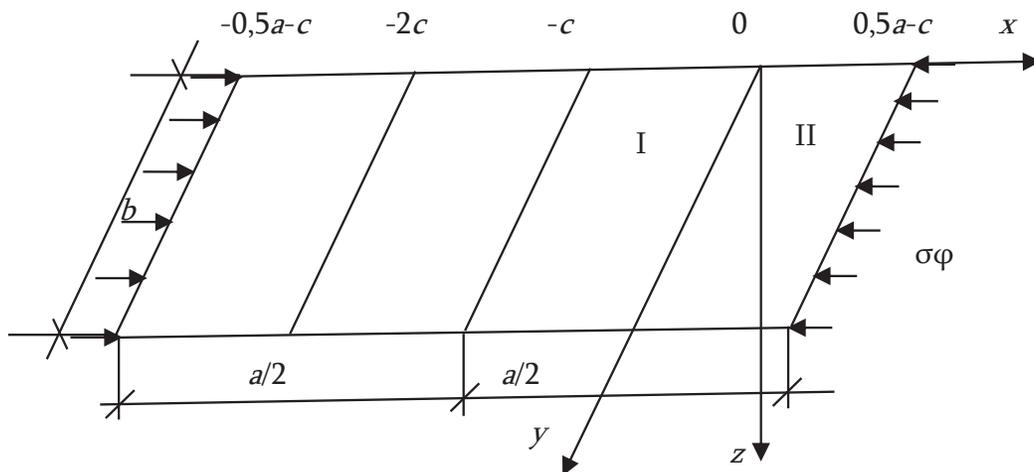


Рис. 1. Расчетная схема пластинки
 Fig. 1. Design model of a plate

При одновременном воздействии нормальных усилий и температурного поля ставится задача оптимального выбора параметра c , характеризующего расположение поперечных опор, обеспечивающее наибольшее значение критической нагрузки.

Ввиду симметрии пластинки относительно плоскости ($x = 0$) исследуется случай симметричной потери устойчивости и, следовательно, рассматривается устойчивость правой половины пластины $0 \leq x \leq 0,5a$. При этом решаются дифференциальные уравнения устойчивости для каждого из участков $0 \leq x \leq c$ и $-c \leq x \leq 0,5 a-c$, учитывающие наличие стационарного температурного поля [4].

$$D[\nabla^4 w_k(x,y) + \Delta R_e(x,y)] + \sigma\varphi \frac{\partial^2 w_k}{\partial x^2} = 0 \tag{1}$$

Здесь $R_t(x,y) = \left(\frac{3(1+\vartheta)\alpha_t}{2h^3}\right) \int_{-h/2}^{h/2} zT(x,y,z)dz$ характеризует температурную нагрузку;

$D = Eh^3/12(1-\vartheta^2)$ – цилиндрическая жесткость пластинки;

E – модуль упругости;

ϑ – коэффициент Пуассона;

α – коэффициент температурного линейного расширения.

Выражения для моментов и перерезывающих усилий и влияние температуры (R_e) не зависят от координат. В этом частном случае температура не входит в уравнение изгиба (1) и в формулы для перерезывающих усилий из (1). Вследствие температуры появляются изгибающие моменты, что видно из выражений (2) для $M_x^{(k)}$, $M_y^{(k)}$.

$$\begin{aligned} M_x^{(k)} &= -D \left(\frac{\partial^2 w_k}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 w_k}{\partial y^2} + R_e \right), \\ M_y^{(k)} &= -D \left(\frac{\partial^2 w_k}{\partial y^2} + \vartheta \frac{\partial^2 w_k}{\partial x^2} + R_e \right) \\ N_x^{(k)} &= -D \left(\Delta \frac{\partial w_k}{\partial x} + \frac{\partial R_e}{\partial x} \right), \quad N_y^{(k)} = -D \left(\Delta \frac{\partial w_k}{\partial y} + \frac{\partial R_e}{\partial y} \right). \end{aligned} \tag{2}$$

В дальнейшем предполагается, что кромки пластинки $y = 0$ и $y = b$ свободно оперты (шарнирно закреплены, т. е. имеют место граничные условия)

$$w_k = 0, \frac{\partial^2 w_k}{\partial y^2} = -R_e \text{ при } y = 0, b \quad (3)$$

В этом случае при условиях (2), с учетом $R_e = 0$ решение уравнения (1) удобнее представить в виде

$$w_k(x, y) = \bar{w}_k(x, y) + w_t$$

Таким образом, задача приводится к решению уравнения

$$D\nabla^4 \bar{w}_k + (\sigma_\varphi) \frac{\partial^2 \bar{w}_k}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

при граничных условиях

$$\bar{w}_k = 0, \frac{\partial^2 \bar{w}_k}{\partial x^2} = 0, \text{ при } y = 0, b \quad (5)$$

Допустим, что изменение температуры по толщине пластинки следует линейному закону и что в плоскостях, параллельных поверхностям пластинки, температура остается постоянной.

Тогда граничные условия задачи запишутся в виде:

Для шарнирного опирания на продольных краях $y = 0, y = b$.

$$w_k = 0, \frac{\partial^2 w_k}{\partial y^2} = 0 \quad (k = 1, 2) \quad (6)$$

Для сопряжения термоупругого поля на поперечной опоре $x = 0$

$$w_1 = w_2 = 0, \frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{\partial w_2}{\partial x}, \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \quad (7)$$

Для свободного края $x = 0, 5a - c$

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \vartheta \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial^3 w_2}{\partial x^3} + (2 - \vartheta) \frac{\partial^3 w_2}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (8)$$

Для сопряжения термоупругого поля на поперечной плоскости симметрии (в случае симметричной потери устойчивости) $x = -c$

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} = 0, \frac{\partial^3 w_1}{\partial x^3} = 0, \quad (9)$$

Допустим, что изменение температуры по толщине пластинки следует линейному закону и в плоскостях, параллельных поверхностям пластинки, температура остается постоянной.

В этом случае

$$T(x, y, z) = \frac{2zT_0}{h} \text{ и } R_t(x, y) = \frac{\alpha_1 T_0 (1 + \vartheta)}{4h}.$$

Прогибы пластинки $w_k(x, y)$, ($k = 1, 2$) представляются в виде:

$$w_k(x, y) = \bar{w}_k(x, y) + w_t(x, y),$$

где $\bar{w}_k(x, y)$ – прогибы на каждом из участков пластинки от равномерно распределенных нормальных усилий;

$w_t(x, y)$ – функция прогиба от действия температуры, которая предполагается изменяющейся по параболическому закону $w_t(x, y) = 0,5y(b - y)R_t$.

Решение уравнения (4), удовлетворяющее условиям (5)–(7), принимается в виде:

$$w_k(x, y) = [A_{kn}sh(r_1x) + B_{kn}ch(r_1x) + C_{kn}\sin(r_2x) + D_{kn}\cos(r_2x)]\sin(\mu_n y) + w_t(x, y) \quad (10)$$

где $\mu_n = \pi n/b$, $r_1 = \mu_n\sqrt{k_n + 1}$, $r_2 = \mu_n\sqrt{1 - k_n}$, $k_n = \frac{p}{\mu_n}$, $p = \sqrt{(\sigma h/D)}$.

Удовлетворение граничных условий (5)–(7) приводит к системе однородных линейных уравнений относительно коэффициентов A_{kn} , B_{kn} , C_{kn} , D_{kn} . Условия существования решения этой системы приводит к следующим уравнениям, где

$$w_1(x, y) = A_1sh(-cr_1) + B_1sh(-cr_1) + C_1\sin(-cr_2) + D_1\cos(-cr_2) \quad (11)$$

$$w_2(x, y) = A_2sh((0,5a - c)r_1) + B_2sh((0,5a - c)r_1) + C_2\sin((0,5a - c)r_2) + D_2\cos((0,5a - c)r_2) \quad (12)$$

$$A_1 = -\left(\frac{sh(\pi\lambda)(\sqrt{k+1})}{ch(\pi\lambda)(\sqrt{k+1})}\right)B_1, \quad C_1 = \left(\frac{\sin(\pi\lambda)(\sqrt{k-1})}{\cos(\pi\lambda)(\sqrt{k-1})}\right)B_1,$$

$$A_2 = \left(\frac{\tau}{\gamma}\right)\left|\frac{Fsh(\pi\lambda)(\sqrt{k+1}) + ch(r_1x)}{F}\right| - \left(\frac{D_2}{\gamma\theta}\right)\left|\frac{M(N + \gamma\theta) + EF}{F}\right|,$$

$$C_2 = \left(\frac{D_2(N + \gamma\theta) + \tau\theta ch(\pi\lambda)(\sqrt{k+1})}{F}\right), \quad B_1 = -D_1, B_2 = -D_2, \quad B_1 = B_2, D_1 = D_2$$

$$D_2 = \left(\frac{L}{\gamma F}\right)\left|\frac{\gamma\theta F ch(\pi\lambda)(\sqrt{k+1})\cos(\pi\lambda)(\sqrt{k-1})}{H + Z}\right|,$$

$$U = [(\sqrt{k+1})(k + 2,72)]\left|ch(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1}) - (k^2 + 1,28)sh(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1})\right|,$$

$$Z = (k^2 - 1,28)\left|(\sqrt{k+1})(k + 2,72)\left|ch(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1})\sin(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k-1}) - (k + 2,7)(\sqrt{k+1})(k^2 + 1,28)sh(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1})\cos(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k-1})\right|\right|,$$

$$V = (k^2 - 1,28)\left|(\sqrt{k+1})(k + 2,72)\left|ch(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1})\cos(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k-1}) + (k + 2,7)(\sqrt{k+1})(k^2 + 1,28)sh(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1})\sin(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k-1})\right|\right|,$$

$$F = (k^2 - 1,28)\left|(\sqrt{k+1})(k + 2,72)\left|\left|sh(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1})\right|\sin(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k-1}) - (k + 2,7)(\sqrt{k+1})(k^2 + 1,28)ch(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1})\cos(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k-1})\right|\right|,$$

$$N = (k^2 - 1,28)\left|(\sqrt{k+1})(k + 2,72)\left|\left|sh(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1})\right|\cos(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k-1}) + (k + 2,7)(\sqrt{k+1})(k^2 + 1,28)ch(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1})\sin(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k-1})\right|\right|,$$

$$M = (k^2 + 1,28)\left|ch(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1})\right| - (k + 2,7)(\sqrt{k+1})sh(\pi\lambda)(0,5 - \alpha)(\sqrt{k+1})\left|,\right.$$

$$\theta = (\sqrt{k+1})(k + 2,72), \quad \omega = (\sqrt{k-1})(k - 2,72) \quad \gamma = k^2 - 1,28, \quad \xi = k^2 + 1,28.$$

Задача оптимального расположения поперечных опор пластинки сводится к определению параметра α , обеспечивающего наибольшее значение критического напряжения при заданных габаритных размерах пластинки a/b , температуры и равномерно распределенных нормальных усилий.

Численные решения выполнены для случая, когда сжимающая нагрузка действует только в направлении оси Ox .

В уравнениях (11) и (12) приняты следующие обозначения $\alpha = c/a$, ($0 \leq \alpha \leq 0,5$).

$$\lambda = a/b = 1/2, 1, \vartheta = 0,28,$$

$$k_n = \frac{p}{\mu_n} = \frac{pb}{\pi} = \frac{b}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma h}{D}}, \quad \bar{h} = \frac{h}{b} = 0,01, 0,03, 0,05, p = \sqrt{\frac{\sigma h}{D}} \bar{\sigma} = \beta, \quad \beta = \frac{\pi \bar{h}^2}{12(1-\vartheta^2)},$$

Вычислены оптимальные значения параметра $\alpha = c/a$, соответствующие значениям $\bar{\sigma}$, \bar{h} для различных отношений сторон $\lambda = a/b$ пластинки и при заданных значениях температуры, изменяющейся от -50 до 300 °С, эти значения приведены в таблице.

Как показывают расчеты, оптимальное расположение опор для значений $\lambda = a/b = 1/2, 1$ получается при $\bar{\sigma} = 3\beta$ и зависит от температуры пластины.

На рис. 2 показаны графики изменения критических напряжений в зависимости от расположения опор и температуры (параметр $\alpha = 0,37$) при $\lambda = a/b = 1$.

Таблица
Table

\bar{h}	α	w^*	T°	λ	$\bar{\sigma}$
0,01	0,33	-0,021	300	1/2	1
0,03	0,33	-0,017	300	1/2	1
0,05	0,33	-0,012	300	1/2	1
0,01	0,37	-1,772	300	1	1
0,03	0,37	-1,347	300	1	1
0,05	0,37	-1,128	300	1	1
0,01	0,33	-0,012	200	1/2	1
0,03	0,35	-8,1*10 ⁻³	200	1/2	1
0,05	0,35	-8,5*10 ⁻³	200	1/2	1
0,01	0,37	-1,135	200	1	1
0,03	0,37	-1,083	200	1	1
0,05	0,37	-1,027	200	1	1
0,01	0,35	4,1*10 ⁻³	100	1/2	1
0,03	0,35	4,7*10 ⁻³	100	1/2	1
0,05	0,35	4,9*10 ⁻³	100	1/2	1
0,01	0,37	-0,595	100	1	1
0,03	0,37	-0,582	100	1	1
0,05	0,37	-0,538	100	1	1
0,01	0,35	1,8*10 ⁻³	-50	1/2	1
0,03	0,35	1,9*10 ⁻³	-50	1/2	1
0,05	0,35	2,5*10 ⁻³	-50	1/2	1
0,01	0,37	0,282	-50	1	1
0,03	0,37	0,271	-50	1	1
0,05	0,37	0,264	-50	1	1

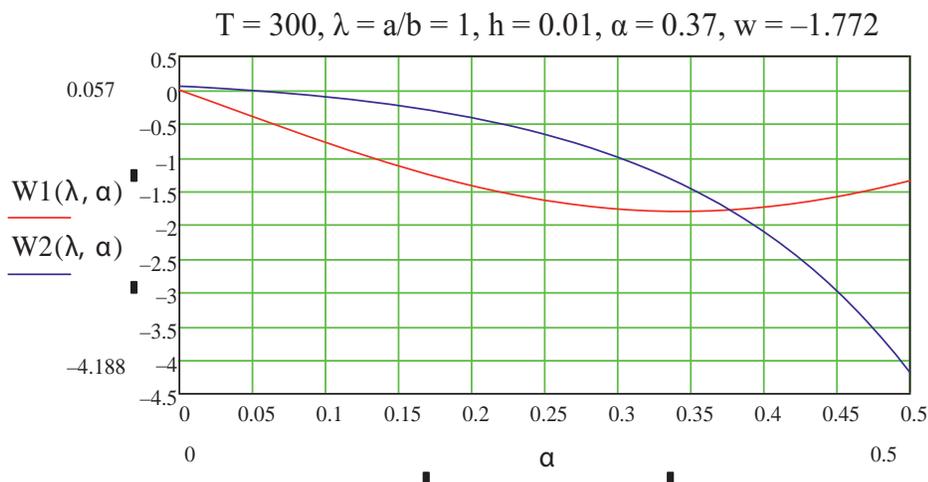


Рис. 2. График оптимального расположения поперечных опор
Fig. 2. Diagram of optimal positioning of transverse supports

Заключение

Как следует из таблицы, наибольшее значение критической нагрузки для всех случаев отношения сторон пластинки получается при $\bar{\sigma} = 3\beta, \bar{h} = 0,01, w^* = 1,772, \alpha = 0,37, T = 300$ °C, обеспечивающее наибольшее значение критической нагрузки.

Список литературы

1. Тимошенко С.П. Прочность и колебания элементов конструкций. Москва: Физматгиз; 1975.
2. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластинок. 2-е изд. Москва: Наука; 1987.
3. Гнуни В.Ц., Элоян А.В. Оптимальный выбор расположения опор в задаче изгиба прямоугольной пластинки. Изв. НАН РА. Механика. 2001;54(3):14–17.
4. Белубекян М.В., Саргсян М.Г., Саноян Ю.Г. Управление перемещениями в пьезопластинках с помощью электрического поля. Вестник Инженерной академии Армении. 2009;6(2):255–261.
5. Элоян А.В. Оптимальный выбор расположения опор в упругой изотропной прямоугольной пластинке при совместном воздействии поперечной нагрузки и температурного поля. Изв. НАН РА. Механика. 2013;66(4):17–22.
6. Элоян А.В. Оптимальный выбор расположения опор в задаче устойчивости прямоугольной пластинки // Вестник ГИУА. Сер. Моделирование, Оптимизация, Управление. 2008;1(11):112–116.
7. Белубекян Э.В., Элоян А.В. Оптимальный выбор расположения опор в задаче собственных колебаний упругой прямоугольной пластинки из композиционного материала. В: II Международная научно-техническая конференция «Архитектура и строительство – актуальные проблемы»: сборник докладов. Т. 1. Ереван – Джермук; 2010, с. 314–317.

References

1. Timoshenko C.P. Strength and vibrations of structural elements. Moscow: Fizmatgiz Publ.; 1975 (in Russian).
2. Ambartsumyan S.A. Theory of anisotropic plates. 2nd ed. Moscow: Nauka Publ.; 1987 (in Russian).
3. Gnuni V.Ts., Eloyan A.V. Optimal choice of the location of supports in the problem of bending a rectangular plate. Mekhanika – Izvestiya Natsional'noi Akademii Nauk Armenii = Mechanics – Proceedings of National Academy of Sciences of Armenia. 2001;54(3):14–17 (in Russian).

4. *Belubekyan M.V., Sargsyan M.G., Sanoyan Yu.G.* Control of movements in piezo plates using an electric field. Vestnik inzhenernoi akademii Armenii = Proceedings of Engineering Academy of Armenia. 2009;6(2):255–261 (in Russian).
5. *Eloyan A.V.* Optimal choice of the location of supports in an elastic isotropic rectangular plate under the combined effect of a transverse load and a temperature field. Mekhanika – Izvestiya Natsional'noi Akademii Nauk Armenii = Mechanics – Proceedings of National Academy of Sciences of Armenia. 2013;66(4):17–22 (in Russian).
6. *Eloyan A.V.* Optimal choice of the location of supports in the problem of stability of a rectangular plate. Vestnik Gosudarstvennogo Inzhenernogo Universiteta Armenii. Seriya: Modelirovanie, optimizatsiya, upravlenie = Proceedings of SEUA. Series: MOC. 2008;1(11):112–116 (in Russian).
7. *Belubekyan E.V., Eloyan A.V.* Optimal choice of the location of supports in the problem of natural oscillations of an elastic rectangular plate made of composite material. In: II International Scientific and Technical Conference. "Architecture and Construction – Actual Problems": Collection of reports. Vol. 1. Yerevan – Jermuk; 2010, p. 314–317 (in Russian).

Данные об авторах / Information about the authors

Асатур Ваноевич Элоян , канд. техн. наук, доцент НПУА РА, заведующий кафедрой инженерного строительства, старший научный сотрудник ИГИС НАН РА, Гюмри
e-mail: aeloyan@yandex.ru
тел.: (+37494) 58-31-67

Asatur V. Eloyan , Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor of NPUA RA, Head of Engineering Construction Department, Senior Researcher of IGES NAS RA, Gyumri
e-mail: aeloyan@yandex.ru
tel.: (+37494) 58-31-67

Джон Костикович Карапетян, канд. геол. наук, директор ИГИС НАН РА, заведующий лабораторией инженерной сейсмологии, анализа сейсмических воздействий и оценки сейсмической опасности, ассистент кафедры инженерного строительства НПУА РА, Гюмри
e-mail: iges@sci.am, jon_iges@mail.ru
тел.: (+37494) 79-85-80

Jon K. Karapetyan, Cand. Sci. (Geology), Director of IGES NAS RA, Head of Engineering Seismology, Seismic Forces Analysis, and Seismic Hazard Assessment Laboratory, Assistant Professor of Engineering Construction Department of NPUA RA, Gyumri
e-mail: iges@sci.am, jon_iges@mail.ru
tel.: (+37494) 79-85-80

Гурген Мишаевич Матевосян, младший научный сотрудник, аспирант ИГИС НАН РА, Гюмри
e-mail: gurgenmatevosyan84@gmail.com
тел.: (+37493) 58-13-13

Gurgen M. Matevosyan, Junior Researcher, Postgraduate student of IGES NAS RA, Gyumri
e-mail: gurgenmatevosyan84@gmail.com
tel.: (+37493) 58-13-13

Роза Костиковна Карапетян, младший научный сотрудник ИГИС НАН РА, Гюмри
e-mail: gnumner_iges@mail.ru
тел.: (+37493) 64-33-03

Roza K. Karapetyan, Junior Researcher of IGES NAS RA, Gyumri
e-mail: gnumner_iges@mail.ru
tel.: (+37493) 64-33-03

 Автор, ответственный за переписку / Corresponding author