

УДК 624.01

[https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-4\(35\)-62-79](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-4(35)-62-79)

EDN: UZYAQD

О ПРИМЕНЕНИИ ЖЕСТКОСТЕЙ АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА РАСЧЕТА ПРЯМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КЕССОННЫХ ПЕРЕКРЫТИЙ. ЧАСТЬ 2. РАСЧЕТ С ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТЬЮ БАЛОК

М.В. МОЗГОЛОВ, канд. техн. наук
Е.В. КОЗЛОВА✉

Коломенский институт (филиал) ФГАОУ ВО «Московский политехнический университет»,
ул. Октябрьской революции, д. 408, г. Коломна, 140402, Российская Федерация

Аннотация

Введение. Аналитический расчет железобетонных кессонных перекрытий предусматривает определение составляющих общей нагрузки, приходящихся на балки, в зависимости от величин пролетов и жесткости центральных балок. В случае перекрытий с прямоугольными кессонами, обладающими разной ортогональной жесткостью, данная теория приводит к результатам, значительно отличающимся от расчетов, выполненных методом конечных элементов. Кессонное перекрытие является ребристой плитой, которая характеризуется цилиндрической или относительной балочной жесткостями.

Цель данной работы – выяснение достоверности вычисляемых пролетных изгибающих моментов в балках прямых кессонных железобетонных перекрытий с использованием в формулах аналитического расчета величин пролетов и относительной жесткости балок.

Материалы и методы. Методика выполнения работы предусматривает сравнение изгибающих моментов, полученных аналитическим способом, с данными метода конечных элементов вычислительного комплекса SCAD в балках центральных зон прямых кессонных перекрытий. Рассматривается 13 перекрытий квадратных или прямоугольных в плане с различным соотношением сторон кессонов. В качестве компьютерной модели принята система перекрестных балок из стержней таврового сечения.

Результаты. Максимальные отклонения значений изгибающих моментов, полученных аналитическим методом расчета от компьютерного способа, составляют: для квадратного перекрытия с квадратными кессонами -0,6 %, для квадратного перекрытия с прямоугольными кессонами от -2,8 до +2,5 %, при соотношении пролетов $L_{max}/L_{min} \leq 1,5$ для прямоугольного перекрытия с прямоугольными кессонами от -6,2 до +2,0 %, с квадратными кессонами от -7,3 до +4,8 %. Для прямоугольных перекрытий с любыми кессонами при соотношении пролетов $L_{max}/L_{min} \geq 1,75$ компьютерным расчетом выявлено отклонение эпюры изгибающих моментов длинного направления от параболы.

Выводы. Применение в формулах аналитического метода расчета прямых шарнирно-опертых кессонных железобетонных перекрытий величин пролетов и относительной жесткости балок позволяет получить величины изгибающих моментов, имеющих хорошую сходимость с методом конечных элементов.

Ключевые слова: железобетонные кессонные перекрытия, конечно-элементная модель, изгибающие моменты, жесткость перекрытия, относительная жесткость балок

Для цитирования: Мозголов М.В., Козлова Е.В. О применении жесткостей аналитического метода расчета прямых железобетонных кессонных перекрытий. Часть 2. Расчет с относительной жесткостью балок. Вестник НИЦ «Строительство». 2022;35(4):62–79. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-4\(35\)-62-79](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-4(35)-62-79)

Вклад авторов

Мозголов М.В. – создание компьютерных моделей, сбор материала, обработка материала, научное редактирование статьи, оформление статьи.

Козлова Е.В. – сбор материала, обработка материала, аналитический расчет конструкций, оформление статьи.

Финансирование

Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 14.08.2022

Поступила после рецензирования 12.09.2022

Принята к публикации 20.09.2022

USE OF ANALYTICAL METHOD FOR CALCULATING STIFFNESSES OF STRAIGHT WAFFLE SLABS. PART 2. CALCULATION USING RELATIVE STIFFNESS OF BEAMS

M.V. MOZGOLOV, Cand. Sci. (Engineering)

E.V. KOZLOVA✉

Kolomna Institute (branch) of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education
"Moscow Polytechnic University", October Revolution str., 408, Kolomna, 140402, Russian Federation

Abstract

Introduction. The analytical calculation of reinforced concrete waffle slabs calls for the determination of the components of total load on joists, depending on the dimensions of spans and the rigidity of central joists. In the case of slabs having rectangular coffers of various orthogonal rigidity, this theory leads to results differing significantly from those obtained by the finite element method. The waffle slab comprises a ribbed slab, characterized by cylindrical or relative beam stiffness.

Aim. This article discusses the accuracy of the calculated span bending moments in the joists of straight reinforced concrete waffle slabs using the span dimensions and relative stiffness of joists in analytical formulas.

Materials and methods. The work was carried out by comparing the bending moments for joists in the central zones of straight waffle slabs obtained analytically and using the SCAD software by the finite-element method. Square or rectangular in plan, 13 slabs having different aspect ratios of waffle were considered. A T-beam and girder construction were used in the computer model.

Results. The maximum deviations of the bending moments obtained by the analytical calculation from the computer-aided method amount to: -0.6% for a square slab having square coffers, from -2.8 to +2.5% for a square slab having rectangular coffers, from -6.2 to +2.0% at a span ratio of $L_{max}/L_{min} \leq 1.5$ for a rectangular slab having rectangular coffers, and from -7.3 to +4.8% for those having square coffers. For rectangular slabs having any coffers at a span ratio of $L_{max}/L_{min} \geq 1.75$, a computer-aided calculation revealed that the plot of bending moments in the long-side direction deviates from parabola.

Conclusions. The use of the span dimensions and relative stiffness of joists in the analytical formulas for calculating straight hinge-supported reinforced concrete waffle slabs allows the values of bending moments to be obtained that are in agreement with those obtained by the finite element method.

Keywords: reinforced concrete waffle slabs, finite element model, bending moments, slab stiffness, relative beam stiffness

For citation: Mozgolov M.V., Kozlova E.V. Use of analytical method for calculating stiffnesses of straight waffle slabs. Part 2. Calculation using relative stiffness of beams. *Bulletin of Science and Research Center of Construction*. 2022;35(4):62–79. (In Russ.) [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-4\(35\)-62-79](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-4(35)-62-79)

Author contribution statements

Mozgolov M.V. – computer model development, data collection, data processing, scientific editing, article preparation.

Kozlova E.V. – data collection, data processing, analytical calculation of structures, article preparation.

Funding

No funding support was obtained for the research.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Received 14.08.2022

Revised 12.09.2022

Accepted 20.09.2022

Введение

Данная работа является продолжением изучения аналитического метода расчета прямых кессонных железобетонных перекрытий [1]. Причиной этому стал анализ имеющихся в литературе данных аналитических и компьютерных расчетов кессонных конструкций, который показывает, что в зависимости от созданной конечно-элементной модели и геометрии перекрытия усилия в балках могут существенно отличаться [2–4, 16]. Методика выполнения работы предусматривает сравнение усилий – изгибающих моментов, полученных аналитическим способом и методом конечных элементов в вычислительном комплексе SCAD в балках центральных зон прямых кессонных перекрытий с различной геометрией в плане и различным соотношением сторон кессонов. Самой простой и наиболее точной как в расчетном смысле метода конечных элементов [5, 6], так и по геометрии пространственной модели для изучения напряженно-деформированного состояния ребер кессонных перекрытий при сравнении с аналитическим методом расчета, основанным на балочной аналогии, будет стержневая конечно-элементная модель со сбором нагрузки на балки по законам треугольника и трапеции. В качестве конечных элементов принят пространственный стержень таврового сечения – тип 5. Известная аналитическая теория расчета железобетонных кессонных конструкций основана на аналогии расчета плит, опертых по контуру [7–13]. На первом этапе расчета определяются составляющие общей нагрузки, приходящиеся на балки $q_x + q_y = q$, расположенные вдоль осей X и Y, зависящие только от размеров пролетов перекрытия L_x и L_y . Это свидетельствует о принятии в расчете одинаковых жесткостей отдельных центральных ортогональных балок, или условных выделенных полос, а не жесткостей перекрытия. Поэтому жесткости в формулы не входят, они сокращаются по правилам математики. В первой части работы [1] доказано, что использование жесткости отдельных центральных ортогональных балок в общем случае расчета приводит к неверным результатам. Без учета жесткостей можно рассчитывать только шарнирно-опертые по контуру перекрытия квадратные в плане с квадратными кессонами, так

как в данном случае жесткости в формулах сокращаются. Кессонное перекрытие является плитой, опертой по контуру, подкрепленной снизу ребрами жесткости. Плитные конструкции характеризуются цилиндрической жесткостью, относительной балочной жесткостью или их суммой [14]. Поэтому в данной работе в качестве жесткости аналитического метода расчета железобетонных кессонных перекрытий рассматривается относительная жесткость балок по ортогональным направлениям X и Y .

Цель

Целью данной работы является выяснение достоверности получаемых усилий в балках прямых кессонных железобетонных перекрытий с использованием в формулах аналитического расчета относительной жесткости отдельных ортогональных балок, расположенных в центральных зонах перекрытия.

Материалы и методы исследования

На первом этапе известного аналитического расчета [7–13] определяются составляющие общей нагрузки, приходящиеся на балки $q_x + q_y = q$, расположенные вдоль осей X и Y , зависящие от размеров пролетов перекрытия L_x и L_y и жесткостей отдельных центральных ортогональных балок B_x и B_y .

$$B_x = E \times I_x, \quad (1)$$

$$B_y = E \times I_y, \quad (2)$$

где E – модуль упругости материала;

I_x и I_y – моменты инерции балок вдоль осей X и Y .

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times B_x}{L_x^4 \times B_y + L_y^4 \times B_x}, \quad (3)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times B_y}{L_x^4 \times B_y + L_y^4 \times B_x}. \quad (4)$$

На втором этапе определяются усилия – изгибающие моменты и поперечные силы.

Максимальные изгибающие моменты в балках, расположенных вдоль осей X и Y , определяются по формулам:

$$M_x^{max} = \alpha_1 \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x, \quad (5)$$

$$M_y^{max} = \alpha_2 \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y, \quad (6)$$

где α_1 и α_2 – коэффициенты, зависящие от характера распределения нагрузки и вида опорных закреплений. При равномерно-распределенной нагрузке на перекрытие и шарнирно-опертом контуре $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,125$;

a и b – шаг балок;

n_x и n_y – коэффициенты пропорциональности, зависящие от расположения балок в перекрытии.

В работе [14, с. 410, 411] при расчете плит, усиленных симметрично относительно оси плиты ребрами жесткости, жесткость конструкции определяется как сумма, состоящая из цилиндрической жесткости плиты и относительной жесткости ребер:

$$D_x = \frac{E \times h^3}{12 \times (1 - \nu^2)} + \frac{E' \times I_1}{b_1}, \quad (7)$$

$$D_y = \frac{E \times h^3}{12 \times (1 - \nu^2)} + \frac{E' \times I_2}{a_1}, \quad (8)$$

где E и E' – модули упругости материала плиты и ребер;

h – толщина плиты;

ν – коэффициент Пуассона;

I_1 и I_2 – моменты инерции ребер жесткости вдоль осей X и Y ;

b_1 и a_1 – расстояния между ребрами.

Жесткость плиты D_y , усиленной с одной стороны системой равноотстоящих ребер, определяется по следующей формуле:

$$D_y = \frac{E \times I}{a_1}, \quad (9)$$

где E – модуль упругости материала;

I – момент инерции отдельной тавровой балки;

a_1 – шаг равноотстоящих балок.

При расчете балочных сеток жесткость по ортогональным направлениям определяется по формулам:

$$D_x = \frac{B_1}{b_1}, \quad (10)$$

$$D_y = \frac{B_2}{a_1}, \quad (11)$$

где B_1 и B_2 – жесткость при изгибе каждой из балок вдоль осей X и Y ;

b_1 и a_1 – шаг балок.

Перепишем формулы расчета железобетонных кессонных перекрытий с учетом относительных жесткостей отдельных ортогональных тавровых балок, равноотстоящих друг от друга.

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x}, \quad (12)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x}. \quad (13)$$

Методика выполнения работы предусматривает сравнение усилий – изгибающих моментов, полученных аналитическим способом и методом конечных элементов в вычислительном комплексе SCAD в балках центральных зон прямых кессонных перекрытий с различной геометрией. Рассматриваются шарнирно-опертые по контуру перекрытия квадратные в плане $12,0 \times 12,0$ м с размерами кессонов $1,5 \times 1,5$ м, $2,0 \times 1,5$ м, $2,4 \times 1,5$ м, $3,0 \times 1,5$ м, $4,0 \times 1,5$ м, прямоугольные перекрытия с размерами в плане $12,0 \times 15,0$ м, $12,0 \times 18,0$ м, $12,0 \times 21,0$ м, $12,0 \times 24,0$ м с квадратными кессонами

1,5 × 1,5 м и прямоугольные перекрытия 12,0 × 15,0 м, 12,0 × 18,0 м, 12,0 × 21,0 м, 12,0 × 24,0 м с прямоугольными кессонами 1,5 × 1,875 м, 1,5 × 2,25 м, 1,5 × 2,625 м, 1,5 × 3,0 м соответственно. Все расчетные схемы имеют балки параллельного направления с одинаковым расстоянием друг от друга. Перекрытия рассчитываются на равномерно-распределенную нагрузку $q = 1 \text{ Т/м}^2$.

В качестве компьютерной модели, как и в первой части работы, принята система перекрестных балок из стержней таврового сечения (конечный элемент тип 5 – пространственный стержень) с непосредственным приложением к ним погонной нагрузки, собираемой с отсеков по законам треугольника и трапеции [11, 12]. Во всех схемах сечение пролетных балок принято высотой 500 мм, шириной ребра 250 мм, толщиной полки 80 мм, шириной полки равной шагу балок, бетоном класса В25.

В часторебристом перекрытии для балок одного направления балки другого направления являются для первых ребрами жесткости и в соответствии с требованиями п. 8.1.11 СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» в расчете мы должны учитывать всю ширину полки.

В соответствии с требованиями п. 6.2.5 СП 430.1325800.2018 «Монолитные конструктивные системы. Правила проектирования» и п. 2.1.1.1. Методического пособия [17] для учета ползучести бетона и наличия трещин при расчете балок компьютерных моделей начальный модуль упругости бетона умножался на коэффициент 0,2 для участков с трещинами (пролетные балки) и 0,3 для участков без трещин (балки опорного контура).

Выполним аналитический расчет в соответствии с теорией, учитывающей относительную жесткость балок D_x и D_y . Жесткость балок B_x и B_y определена в БК SCAD.

Квадратное перекрытие с квадратными кессонами ($L_x \times L_y$)

Перекрытие размером в плане 12,0 × 12,0 м с кессонами 1,5 × 1,5 м. Рассматриваем центральные балки $B_{1,5X}$ и $B_{1,5Y}$ (рис. 1).

Относительная жесткость балок:

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (14)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}. \quad (15)$$

Составляющие общей нагрузки, приходящиеся на балки:

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 12^4 \times 2083} = 0,5 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (16)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 12^4 \times 2083} = 0,5 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}. \quad (17)$$

Максимальные изгибающие моменты в середине пролета:

$$M_{B1,5X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,5 \times 1,5 \times 12^2 \times 1 = 13,5 \text{ Тм}, \quad (18)$$

$$M_{B1,5Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,5 \times 1,5 \times 12^2 \times 1 = 13,5 \text{ Тм}. \quad (19)$$

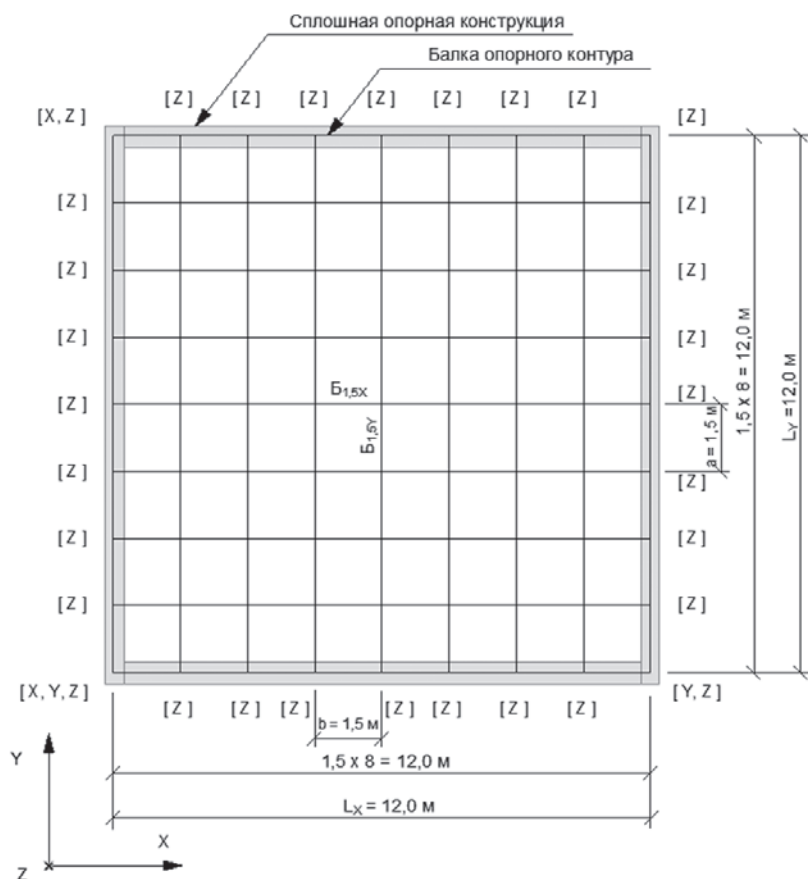


Рис. 1. Схема кессонного перекрытия размером в плане 12,0 × 12,0 м с кессонами 1,5 × 1,5 м.
 $B_{1,5x}$, $B_{1,5y}$ – рассчитываемые балки. $[X, Y, Z]$ – связи, установленные в узлах балки опорного контура
Fig. 1. Schematic of a waffle slab of 12.0 × 12.0 m in plan having 1.5 × 1.5 m coffers.
 $B_{1,5x}$, $B_{1,5y}$ – calculated beams. $[X, Y, Z]$ – connections established in beam nodes of supporting structure

Квадратные перекрытия с прямоугольными кессонами ($L_x \times L_y$)

Перекрытие размером в плане 12,0 × 12,0 м с кессонами 2,0 × 1,5 м. Рассматриваем центральные балки $B_{1,5x}$ и $B_{2,0y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (20)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{2,0} = \frac{3421}{2,0} = 1711 \text{ Тм}, \quad (21)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 1711 + 12^4 \times 2083} = 0,549 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (22)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 1711}{12^4 \times 1711 + 12^4 \times 2083} = 0,451 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (23)$$

$$M_{Б1,5X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,549 \times 1,5 \times 12^2 \times 1 = 14,82 \text{ Тм}, \quad (24)$$

$$M_{Б2,0Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,451 \times 2,0 \times 12^2 \times 1 = 16,24 \text{ Тм}. \quad (25)$$

Перекрытие размером в плане $12,0 \times 12,0$ м с кессонами $2,4 \times 1,5$ м. Рассматриваем центральные балки $Б_{1,5X}$ и $Б_{2,4Y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (26)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{2,4} = \frac{3603}{2,4} = 1501 \text{ Тм}, \quad (27)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 1501 + 12^4 \times 2083} = 0,581 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (28)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 1501}{12^4 \times 1501 + 12^4 \times 2083} = 0,419 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (29)$$

$$M_{Б1,5X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,581 \times 1,5 \times 12^2 \times 1 = 15,69 \text{ Тм}. \quad (30)$$

Коэффициент пропорциональности, учитывающий расположение балки $Б_{2,4Y}$ от опорного контура вдоль оси X.

$$\eta_x = \frac{x}{L_x} = \frac{4,8}{12} = 0,4, \quad (31)$$

$$n_y = \frac{16}{5} \times (\eta_x - 2 \times \eta_x^3 + \eta_x^4) = \frac{16}{5} \times (0,4 - 2 \times 0,4^3 + 0,4^4) = 0,952, \quad (32)$$

$$M_{Б2,4Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,419 \times 2,4 \times 12^2 \times 0,952 = 17,23 \text{ Тм}. \quad (33)$$

Перекрытие размером в плане $12,0 \times 12,0$ м с кессонами $3,0 \times 1,5$ м. Рассматриваем центральные балки $Б_{1,5X}$ и $Б_{3,0Y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (34)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{3,0} = \frac{3816}{3,0} = 1272 \text{ Тм}, \quad (35)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 1272 + 12^4 \times 2083} = 0,621 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (36)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 1272}{12^4 \times 1272 + 12^4 \times 2083} = 0,379 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (37)$$

$$M_{Б1,5X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,621 \times 1,5 \times 12^2 \times 1 = 16,77 \text{ Тм}, \quad (38)$$

$$M_{Б3,0Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,379 \times 3,0 \times 12^2 \times 1 = 20,47 \text{ Тм}. \quad (39)$$

Перекрытие размером в плане $12,0 \times 12,0$ м с кессонами $4,0 \times 1,5$ м. Рассматриваем центральные балки $B_{1,5X}$ и $B_{4,0Y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (40)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{4,0} = \frac{4073}{4,0} = 1018 \text{ Тм}, \quad (41)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 1018 + 12^4 \times 2083} = 0,672 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (42)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 1018}{12^4 \times 1018 + 12^4 \times 2083} = 0,328 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (43)$$

$$M_{B1,5X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,672 \times 1,5 \times 12^2 \times 1 = 18,14 \text{ Тм}, \quad (44)$$

$$\eta_x = \frac{x}{L_x} = \frac{4,0}{12} = \frac{1}{3}, \quad (45)$$

$$n_y = \frac{16}{5} \times (\eta_x - 2 \times \eta_x^3 + \eta_x^4) = \frac{16}{5} \times (\frac{1}{3} - 2 \times (\frac{1}{3})^3 + (\frac{1}{3})^4) = 0,869, \quad (46)$$

$$M_{B4,0Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,328 \times 4,0 \times 12^2 \times 0,869 = 20,52 \text{ Тм}. \quad (47)$$

Прямоугольные перекрытия с квадратными кессонами ($L_x \times L_y$)

Перекрытие размером в плане $12,0 \times 15,0$ м с кессонами $1,5 \times 1,5$ м. Рассматриваем центральные балки $B_{1,5X}$ и $B_{1,5Y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (48)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (49)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{15^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 15^4 \times 2083} = 0,709 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (50)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 15^4 \times 2083} = 0,291 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (51)$$

$$M_{B1,5X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,709 \times 1,5 \times 12^2 \times 1 = 19,14 \text{ Тм}, \quad (52)$$

$$M_{B1,5Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,291 \times 1,5 \times 15^2 \times 1 = 12,28 \text{ Тм}. \quad (53)$$

Перекрытие размером в плане $12,0 \times 18,0$ м с кессонами $1,5 \times 1,5$ м. Рассматриваем центральные балки $B_{1,5X}$ и $B_{1,5Y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (54)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (55)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{18^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 18^4 \times 2083} = 0,835 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (56)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 18^4 \times 2083} = 0,165 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (57)$$

$$M_{Б1,5X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,835 \times 1,5 \times 12^2 \times 1 = 22,55 \text{ Тм}, \quad (58)$$

$$M_{Б1,5Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,165 \times 1,5 \times 18^2 \times 1 = 10,02 \text{ Тм}. \quad (59)$$

Перекрытие размером в плане $12,0 \times 21,0$ м с кессонами $1,5 \times 1,5$ м. Рассматриваем центральные балки $Б_{1,5X}$ и $Б_{1,5Y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (60)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (61)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{21^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 21^4 \times 2083} = 0,904 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (62)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 21^4 \times 2083} = 0,096 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (63)$$

$$M_{Б1,5X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,904 \times 1,5 \times 12^2 \times 1 = 24,41 \text{ Тм}, \quad (64)$$

$$M_{Б1,5Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,096 \times 1,5 \times 21^2 \times 1 = 7,94 \text{ Тм}. \quad (65)$$

Перекрытие размером в плане $12,0 \times 24,0$ м с кессонами $1,5 \times 1,5$ м. Рассматриваем центральные балки $Б_{1,5X}$ и $Б_{1,5Y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (66)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (67)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{24^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 24^4 \times 2083} = 0,941 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (68)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 24^4 \times 2083} = 0,059 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (69)$$

$$M_{Б1,5X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,941 \times 1,5 \times 12^2 \times 1 = 25,41 \text{ Тм}, \quad (70)$$

$$M_{Б1,5Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,059 \times 1,5 \times 24^2 \times 1 = 6,37 \text{ Тм}. \quad (71)$$

Прямоугольные перекрытия с прямоугольными кессонами ($L_x \times L_y$)

Перекрытие размером в плане $12,0 \times 15,0$ м с кессонами $1,5 \times 1,875$ м. Рассматриваем центральные балки $Б_{1,875X}$ и $Б_{1,5Y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{1,875} = \frac{3356}{1,875} = 1790 \text{ Тм}, \quad (72)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (73)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{15^4 \times 1790}{12^4 \times 2083 + 15^4 \times 1790} = 0,677 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (74)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 15^4 \times 1790} = 0,323 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (75)$$

$$M_{Б1,875X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,677 \times 1,875 \times 12^2 \times 1 = 22,85 \text{ Тм}, \quad (76)$$

$$M_{Б1,5Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,323 \times 1,5 \times 15^2 \times 1 = 13,63 \text{ Тм}. \quad (77)$$

Перекрытие размером в плане $12,0 \times 18,0$ м с кессонами $1,5 \times 2,25$ м. Рассматриваем центральные балки $Б_{2,25X}$ и $Б_{1,5Y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{2,25} = \frac{3540}{2,25} = 1573 \text{ Тм}, \quad (78)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (79)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{18^4 \times 1573}{12^4 \times 2083 + 18^4 \times 1573} = 0,793 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (80)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 18^4 \times 1573} = 0,207 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (81)$$

$$M_{Б2,25X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,793 \times 2,25 \times 12^2 \times 1 = 32,12 \text{ Тм}, \quad (82)$$

$$M_{Б1,5Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,207 \times 1,5 \times 18^2 \times 1 = 12,58 \text{ Тм}. \quad (83)$$

Перекрытие размером в плане $12,0 \times 21,0$ м с кессонами $1,5 \times 2,625$ м. Рассматриваем центральные балки $B_{2,625X}$ и $B_{1,5Y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{2,625} = \frac{3690}{2,625} = 1406 \text{ Тм}, \quad (84)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (85)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{21^4 \times 1406}{12^4 \times 2083 + 21^4 \times 1406} = 0,864 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (86)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 21^4 \times 1406} = 0,136 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (87)$$

$$M_{Б2,625X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,864 \times 2,625 \times 12^2 \times 1 = 40,82 \text{ Тм}, \quad (88)$$

$$M_{Б1,5Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,136 \times 1,5 \times 21^2 \times 1 = 11,25 \text{ Тм}. \quad (89)$$

Перекрытие размером в плане $12,0 \times 24,0$ м с кессонами $1,5 \times 3,0$ м. Рассматриваем центральные балки $B_{3,0X}$ и $B_{1,5Y}$.

$$D_x = \frac{B_x}{a} = \frac{0,2 \times E_b \times I_x}{3,0} = \frac{3817}{3,0} = 1272 \text{ Тм}, \quad (90)$$

$$D_y = \frac{B_y}{b} = \frac{0,2 \times E_b \times I_y}{1,5} = \frac{3125}{1,5} = 2083 \text{ Тм}, \quad (91)$$

$$q_x = q \times \frac{L_y^4 \times D_x}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{24^4 \times 1272}{12^4 \times 2083 + 24^4 \times 1272} = 0,907 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (92)$$

$$q_y = q \times \frac{L_x^4 \times D_y}{L_x^4 \times D_y + L_y^4 \times D_x} = 1 \times \frac{12^4 \times 2083}{12^4 \times 2083 + 24^4 \times 1272} = 0,093 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}, \quad (93)$$

$$M_{Б3,0X}^{max} = \alpha \times q_x \times a \times L_x^2 \times n_x = 0,125 \times 0,907 \times 3,0 \times 12^2 \times 1 = 49,0 \text{ Тм}, \quad (94)$$

$$M_{Б1,5Y}^{max} = \alpha \times q_y \times b \times L_y^2 \times n_y = 0,125 \times 0,093 \times 1,5 \times 24^2 \times 1 = 10,04 \text{ Тм}. \quad (95)$$

Данные аналитического расчета и компьютерных моделей кессонных перекрытий представлены в табл. 1–3.

Результаты

Таблица 1

Сравнение значений изгибающих моментов в балках центральных зон кессонного перекрытия размером в плане ($L_x \times L_y$) 12,0 × 12,0 м с различными размерами кессонов, полученные аналитическим методом и при помощи компьютерных моделей BK SCAD

Table 1

Comparison of bending moment in central beams of a waffle slab of ($L_x \times L_y$) 12.0 × 12.0 m in plan having different coffer dimensions, obtained by analytical method and computer-assisted calculations using SCAD software

Балка	(1,5 × 1,5 м) M_y , Тм		(2,0 × 1,5 м) M_y , Тм		(2,4 × 1,5 м) M_y , Тм		(3,0 × 1,5 м) M_y , Тм		(4,0 × 1,5 м) M_y , Тм	
	Аналитический	SCAD	Аналитический	SCAD	Аналитический	SCAD	Аналитический	SCAD	Аналитический	SCAD
Б _{1,5х}	13,5 99,4 %	13,58 100 %	14,82 99,4 %	14,91 100 %	15,69 98,4 %	15,95 100 %	16,77 100,3 %	16,72 100 %	18,14 97,2 %	18,66 100 %
Б _{1,5у}	13,5 99,4 %	13,58 100 %								
Б _{2,0у}			16,24 99,9 %	16,25 100 %						
Б _{2,4у}					17,23 100,5 %	17,14 100 %				
Б _{3,0у}							20,47 101,6 %	20,15 100 %		
Б _{4,0у}									20,52 102,5 %	20,03 100 %

Таблица 2

Сравнение значений изгибающих моментов в балках центральных зон кессонного перекрытия с размерами кессонов 1,5 × 1,5 м различными пролетами ($L_x \times L_y$), полученные аналитическим методом и при помощи компьютерных моделей BK SCAD

Table 2

Comparison of bending moment in beams of central waffle slabs having 1.5 × 1.5 m coffer and various spans ($L_x \times L_y$), obtained by analytical method and computer-assisted calculations using SCAD software

Балка	(12,0 × 15,0 м) M_y , Тм		(12,0 × 18,0 м) M_y , Тм		(12,0 × 21,0 м) M_y , Тм		(12,0 × 24,0 м) M_y , Тм	
	Аналитический	SCAD	Аналитический	SCAD	Аналитический	SCAD	Аналитический	SCAD
Б _{1,5х}	19,14 95,6 %	20,02 100 %	22,55 92,7 %	24,32 100 %	24,41 91 %	26,83 100 %	25,41 90,3 %	28,15 100 %
Б _{1,5у}	12,28 101,3 %	12,12 100 %	10,02 104,8 %	9,56 100 %	7,94 113,4 %	7,0 100 % 8,33*	6,37 131,6 %	4,84 100 % 7,81*

Примечание: * – В моделях BK SCAD перекрытий размером 12,0 × 21,0 м и 12,0 × 24,0 м максимальные изгибающие моменты в балках длинной стороны находятся не в середине пролета, эпюра изгибающих моментов не является квадратной параболой. Данный эффект отмечается в работе [15] в плите, опертой по контуру, при соотношении сторон $L_y = 2 \times L_x$

Note: * – In the SCAD software, models of slabs of 12.0 × 21.0 m and 12.0 × 24.0 m, the maximum bending moments in the joists of the long side are off center, the plot of bending moments deflects from the parabola. This effect was observed in the work [15] in a two-way slab at an aspect ratio of $L_y = 2 \times L_x$

Таблица 3

Сравнение значений изгибающих моментов в балках центральных зон кессонного перекрытия прямоугольного плане ($L_x \times L_y$) с прямоугольными кессонами, полученные аналитическим методом и при помощи компьютерных моделей BK SCAD

Table 3

Comparison of bending moment in central joists of a rectangular-plan waffle slab ($L_x \times L_y$) having rectangular coffers, obtained by analytical method and computer-assisted calculations using SCAD software

Балка	(12,0 × 15,0 м) (1,5 × 1,875 м) M_y , Тм		(12,0 × 18,0 м) (1,5 × 2,25 м) M_y , Тм		(12,0 × 21,0 м) (1,5 × 2,625 м) M_y , Тм		(12,0 × 24,0 м) (1,5 × 3,0 м) M_y , Тм	
	Аналитический	SCAD	Аналитический	SCAD	Аналитический	SCAD	Аналитический	SCAD
Б _{1,875X}	22,85 96,2 %	23,76 100 %						
Б _{2,25X}			32,12 93,8 %	34,24 100 %				
Б _{2,625X}					40,82 92,1 %	44,31 100 %		
Б _{3,0X}							49,0 91,2 %	53,75 100 %
Б _{1,5Y}	13,63 100,9 %	13,51 100 %	12,58 102 %	12,34 100 %	11,25 104,2 %	10,8 100 % 11,09*	10,04 108,8 %	9,23 100 % 10,46*

Примечание: * – В моделях BK SCAD перекрытий размером 12,0 × 21,0 м и 12,0 × 24,0 м максимальные изгибающие моменты в балках длинной стороны находятся не в середине пролета, эпюра изгибающих моментов не является квадратной параболой. Данный эффект отмечается в работе [15] в плите, опертой по контуру, при соотношении сторон $L_y = 2 \times L_x$

Note: * – In the SCAD software, models of slabs of 12.0 × 21.0 m and 12.0 × 24.0 m, the maximum bending moments in the joists of the long side are off center, the plot of bending moments deflects from the parabola. This effect was observed in the work [15] in a two-way slab at an aspect ratio of $L_y = 2 \times L_x$

Кессонные перекрытия с прямыми кессонами эффективно применять при соотношении сторон $L_{max}/L_{min} \leq 1,5$ [3, 13]. В формулы определения составляющих общей нагрузки для прямоугольных перекрытий с прямоугольными кессонами входят как разные величины пролетов, так и разные жесткостные характеристики. Это может привести к большей погрешности расчета, поэтому для сравнения полученных усилий представляем расчетную модель BK SCAD и эпюры изгибающих моментов для перекрытия размером в плане 12,0 × 18,0 м с кессонами 1,5 × 2,25 м (рис. 2, 3).

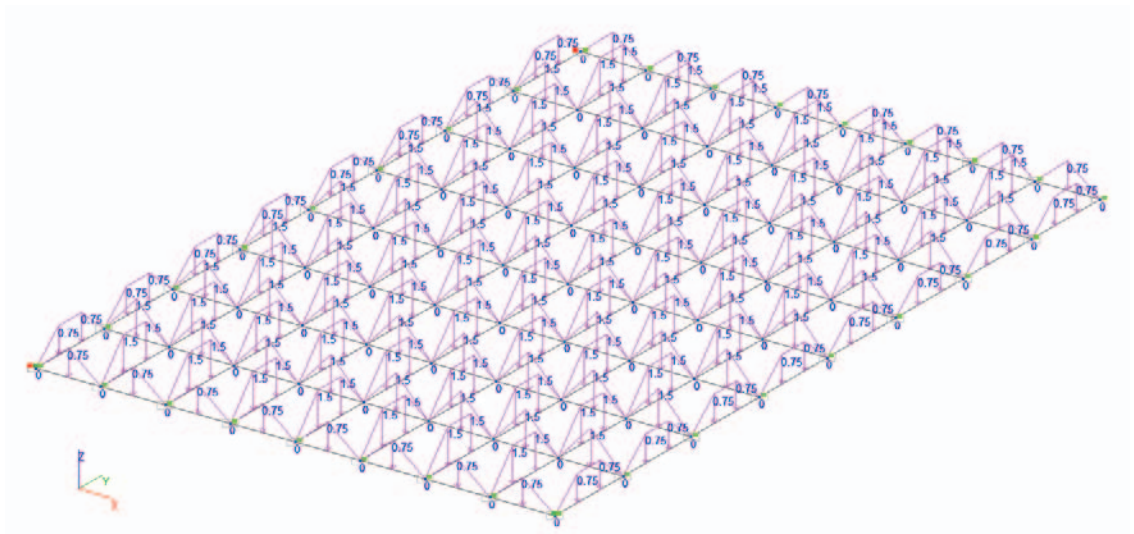


Рис. 2. Расчетная модель SCAD перекрытия размером в плане $[L_x \times L_y]$ 12,0 × 18,0 м с кессонами 1,5 × 2,25 м
Fig. 2. SCAD design model of rectangular-plan slab of $[L_x \times L_y]$ 12.0 × 18.0 m in plan having coffer of 1.5 × 2.25 m

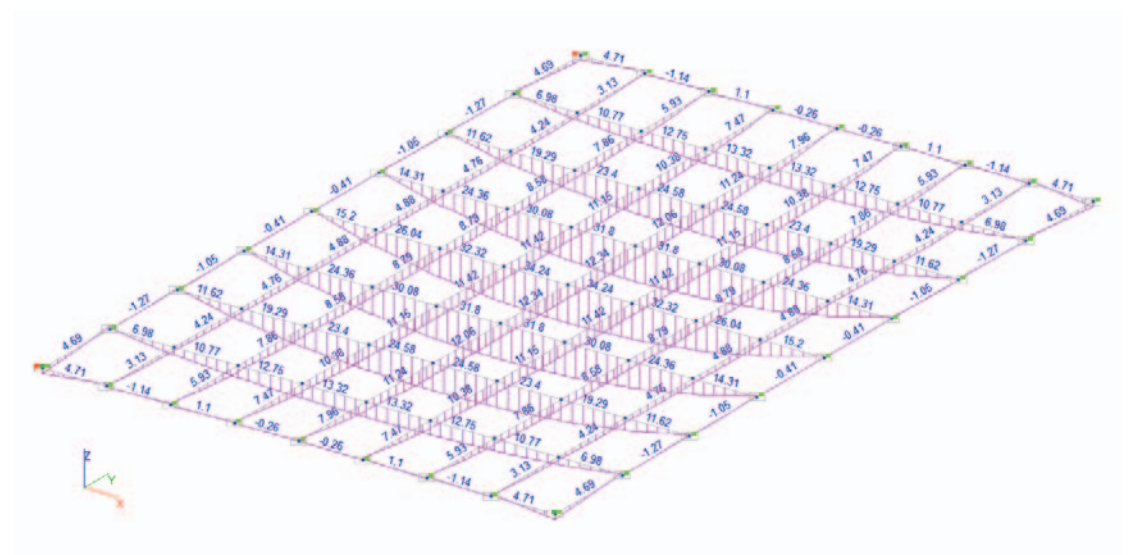


Рис. 3. Эпюры изгибающих моментов M_x, M_y , Тм, в балках модели SCAD перекрытия размером в плане $[L_x \times L_y]$ 12,0 × 18,0 м с кессонами 1,5 × 2,25 м
Fig. 3. Plots of bending moments M_x, M_y , Тм, in joists of SCAD slab model of $[L_x \times L_y]$ 12.0 × 18.0 m in plan having coffer of 1.5 × 2.25 m

Выводы

1. Значения изгибающих моментов в балках перекрытия квадратного в плане с квадратными кессонами, вычисленные аналитическим способом с учетом величин пролетов, относительной жесткости балок и методом конечных элементов вычислительного комплекса SCAD, совпадают. Максимальные отклонения аналитического метода расчета от МКЭ составляют $-0,6\%$.

2. Значения изгибающих моментов в балках перекрытия квадратного в плане с прямоугольными кессонами, вычисленные аналитическим способом с учетом величин пролетов, относительной жесткости балок и методом конечных элементов вычислительного комплекса SCAD, имеют близкие значения. Максимальные отклонения аналитического метода расчета от МКЭ составляют от $-2,8$ до $+2,5\%$.

3. Значения изгибающих моментов в балках перекрытия прямоугольного в плане с квадратными кессонами и соотношением пролетов $L_{max}/L_{min} \leq 1,5$, вычисленные аналитическим способом с учетом величин пролетов, относительной жесткости балок и методом конечных элементов вычислительного комплекса SCAD, имеют близкие значения. Максимальные отклонения аналитического метода расчета от МКЭ составляют от $-7,3$ до $+4,8\%$. Сравнить значения изгибающих моментов для перекрытия с соотношением пролетов $L_{max}/L_{min} \geq 1,75$ не имеет смысла, так как эпюра изгибающих моментов в большем пролете не соответствует квадратной параболе. Максимальные изгибающие моменты находятся не в середине пролета.

4. Значения изгибающих моментов в балках перекрытия прямоугольного в плане с прямоугольными кессонами и соотношением пролетов $L_{max}/L_{min} \leq 1,5$, вычисленные аналитическим способом с учетом величин пролетов, относительной жесткости балок и методом конечных элементов вычислительного комплекса SCAD, имеют близкие значения. Максимальные отклонения аналитического метода расчета от МКЭ составляют от $-6,2$ до $+2,0\%$. Сравнить значения изгибающих моментов для перекрытия с соотношением пролетов $L_{max}/L_{min} \geq 1,75$ не имеет смысла, так как эпюра изгибающих моментов в большем пролете не соответствует квадратной параболе. Максимальные изгибающие моменты находятся не в середине пролета.

5. Отклонения по изгибающим моментам аналитического метода расчета от метода конечных элементов можно объяснить влиянием на напряженно-деформированное состояние конструкции перекрытия балки опорного контура и наличием в балках крутящих моментов, не учитываемых аналитическим способом расчета.

6. В формулах аналитического метода расчета прямых шарнирно-опертых по контуру ребристых кессонных железобетонных перекрытий при определении составляющих общей нагрузки необходимо использовать величины пролетов и относительную жесткость ортогональных балок. Условием применения данной жесткости является одинаковое расстояние между параллельными балками.

7. В связи с тем что стержневая конечно-элементная модель метода конечных элементов является наиболее точной, но не удобной при проектировании здания в целом (нельзя учесть собственный вес конструкций в автоматическом режиме программного комплекса по причине наложения объемов материала, отсутствие данных напряженно-деформированного состояния полки, необходимость ручного расчета погонной нагрузки), дальнейшим исследованием расчета прямых кессонных железобетонных перекрытий может быть

моделирование конструкций на ЭВМ с использованием разных типов конечных элементов (плитных, оболочечных, стержневых с применением жестких вставок, объемных, их сочетаний) и сравнение полученных данных с аналитическим методом расчета, учитывающим относительную жесткость балок.

Список литературы

1. Мозголов М.В., Козлова Е.В. О применении жесткостей аналитического метода расчета прямых железобетонных кессонных перекрытий. Вестник НИЦ «Строительство». 2022;33(2):122–138. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-2\(33\)-122-138](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-2(33)-122-138)
2. Малахова А.Н. Монолитные кессонные перекрытия зданий. Вестник МГСУ. 2013;(1):79–86.
3. Мозголов М.В., Туранова А.В. Об эффективности косых кессонных железобетонных перекрытий. Градостроительство и архитектура. 2021;11(3):20–25. <https://doi.org/10.17673/Vestnik.2021.03.03>
4. Шибаева В.Д. Исследование напряженно-деформированного состояния монолитных кессонных перекрытий. Молодой ученый. 2021;(16):119–123.
5. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. Москва: ДМК Пресс; 2007.
6. Мозголов М.В., Козлова Е.В. К вопросу создания верификационной модели для расчета кессонного железобетонного перекрытия в вычислительном комплексе SCAD. Вестник НИЦ «Строительство». 2022;32(1):128–140. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-1\(32\)-128-140](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-1(32)-128-140)
7. Залигер Р. Железобетон: его расчет и проектирование. Москва–Ленинград: Изд-во ГНТИ; 1931.
8. Линович Л.Е. Расчет и конструирование частей гражданских зданий. Киев: Будівельник; 1972.
9. Вахненко П.Ф., Хилобок В.Г., Андрейко Н.Т., Яровой М.Л. Расчет и конструирование частей жилых и общественных зданий: справочник проектировщика. Киев: Будівельник; 1987.
10. Улицкий И.И., Ривкин С.А., Самолетов М.В., Дыховичный А.А., Френкель М.М., Кретов В.И. Железобетонные конструкции. Киев: Будівельник; 1972.
11. Иванов-Дятлов И.Г. Железобетонные конструкции. Москва, Ленинград: Министерство коммунального хозяйства РСФСР; 1950.
12. Карпунин Н.С. Железобетонные конструкции. Москва: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре; 1957.
13. Мурашев В.И., Сигалов Э.Е., Байков В.Н. Железобетонные конструкции. Общий курс. Москва: Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам; 1962.
14. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. Москва: Наука; 1966.
15. Бушков В.А. Железобетонные конструкции. II часть. Москва: Стройиздат Наркомстроя; 1941.
16. Лоскутов И.С. Монолитные железобетонные кессонные перекрытия. DWG.ru [Интернет]. Режим доступа: <https://dwg.ru/lib/2046> (дата доступа: 24.10.2021).
17. Плоские безбалочные железобетонные перекрытия [Интернет]. Москва; 2017. Режим доступа: https://www.faufcc.ru/upload/methodical_materials/mp60_2017.pdf (дата доступа 22.11.21).

References

1. Mozglov M.V., Kozlova E.V. Use of analytical method for calculating stiffnesses of straight waffle slabs. Vestnik NIC Stroitel'stvo = Bulletin of Science and Research Center of Construction. 2022;33(2):122–138 (in Russian). [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-2\(33\)-122-138](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-2(33)-122-138)
2. Malakhova A.N. Monolithic caisson floors of buildings. Vestnik MGSU. 2013;(1):79–86 (in Russian).
3. Mozglov M.V., Turanova A.V. On the effectiveness of oblique caisson reinforced concrete floors. Gradostroitel'stvo i arkhitektura = Urban construction and architecture. 2021;11(3):20–25 (in Russian). <https://doi.org/10.17673/Vestnik.2021.03.03>

4. *Shibaeva V.D.* Investigation of the stress-strain state of monolithic coffered ceilings. *Molodoi uchenyi = Young Scientist*. 2021;(16):119–123 (in Russian).
5. *Perel'muter A.V., Slivker V.I.* Design models of structures and the possibility of their analysis. Moscow: DMK Press Publ.; 2007 (in Russian).
6. *Mozglov M.V., Kozlova E.V.* Creation of a SCAD verification model for the design calculations of a reinforced-concrete waffle slab floor system. *Vestnik NIC Stroitel'stvo = Bulletin of Science and Research Center of Construction*. 2022;32(1):128–140 (in Russian). [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-1\(32\)-128-140](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2022-1(32)-128-140)
7. *Zaliger R.* Reinforced concrete its calculation and design. Translated from the German under the editorship of prof. P.Ya. Kamentsev. Moscow, Leningrad: Publishing House of GNTI. 1931 (in Russian).
8. *Linovich L.E.* Calculation and construction of parts of civil buildings. Kiev: Budivel'nik Publ.; 1972 (in Russian).
9. *Vahnenko P.F., Hilobok V.G., Andrejko N.T., Jarovoi M.L.* Calculation and construction of parts of residential and public buildings. Kiev: Budivel'nik Publ.; 1987 (in Russian).
10. *Ulitskiy I.I., Rivkin S.A., Samoletov M.V., Dykhovichnyi A.A., Frenkel' M.M., Kretov V.I.* Reinforced concrete structures. Kiev: Budivel'nik Publ.; 1972 (in Russian).
11. *Ivanov-Dyatlov I.G.* Reinforced concrete structures. Moscow, Leningrad: Ministry of Public Utilities of the RSFSR; 1950 (in Russian).
12. *Karpukhin N.S.* Reinforced concrete structures. Moscow: State Publishing House of Literature on Construction and Architecture, 1957 (in Russian).
13. *Murashev V.I., Sigalov E.E., Baykov V.N.* Reinforced concrete structures. General course. Moscow: State Publishing House of Literature on Construction, Architecture and Building Materials; 1962 (in Russian).
14. *Timoshenko S.P., Voynovskiy-Kriger S.* Plates and shells. Moscow: Nauka Publ.; 1966 (in Russian).
15. *Bushkov V.A.* Reinforced concrete structures. Part II. Moscow: Stroyizdat Narkomstroy; 1941 (in Russian).
16. *Loskutov I.S.* Monolithic reinforced concrete coffered floors. DWG.ru [Internet]. Available at: <https://dwg.ru/lib/2046> (in Russian).
17. Flat girderless reinforced concrete floors: a methodological guide [Internet]. Moscow; 2017. Available at: https://www.faufcc.ru/upload/methodical_materials/mp60_2017.pdf (in Russian).

Информация об авторах / Information about the authors

Михаил Валентинович Мозголов, канд. техн. наук, доцент кафедры «Строительное производство» Коломенского института (филиала) ФГАОУ ВО «Московский политехнический университет», Коломна
e-mail: mvmozglov@yandex.ru

Mikhail V. Mozglov, Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor of the Department of Construction Works of the Kolomna Institute (branch), Moscow Polytechnic University, Kolomna
e-mail: mvmozglov@yandex.ru

Елизавета Вадимовна Козлова✉, студент 4-го года обучения направления «Строительство» Коломенского института (филиала) ФГАОУ ВО «Московский политехнический университет», Коломна
e-mail: lizakozlova2014@gmail.com

Elizaveta V. Kozlova✉, 4th year student on "Construction" of the Kolomna Institute (branch), Moscow Polytechnic University, Kolomna
e-mail: lizakozlova2014@gmail.com

✉ Автор, ответственный за переписку / Corresponding author