УДК 624.131.537:699.8:551.448
https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-1(36)-72-85 EDN: KMSWKI

# К ОПРЕДЕЛЕНИЮ РАЗМЕРА ПОЛОСТИ В СКАЛЬНОМ МАССИВЕ, НЕОБХОДИМОГО ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОВАЛА В ВЫШЕЛЕЖАЩЕЙ ГРУНТОВОЙ ТОЛЩЕ

В.И. ШЕЙНИН✉, д-р техн. наук
В.А. КОВАЛЕВ, канд. техн. наук
А.Б. ПАТРИКЕЕВ
М.Л. ХОЛМЯНСКИЙ, канд. техн. наук

*Научно-исследовательский, проектно-изыскательский и конструкторско-технологический институт оснований и подземных сооружений (НИИОСП) им. Н.М. Герсеванова АО «НИЦ «Строительство», Рязанский проспект, д. 59, г. Москва, 109428, Российская Федерация*

**Аннотация**

*Введение*. Рекомендуемая методика оценки карстовой опасности включает сравнение размера полости у кровли карстующегося массива с «критическим» размером, обеспечивающим возможность сдвига цилиндрического объема в грунтовой толще. Схема расчета «критического» размера, предложенная 40 лет назад, широко применяется, доказав прикладную эффективность. Однако в некоторых условиях ее использование приводит к неверной оценке условий развития провала, т.е. к неверным решениям о параметрах противокарстовых мероприятий.

*Цель исследования* – уточнение методики расчета «критического размера», зависящего от строения толщи и характеристик грунтов, а также от нагрузки от фундамента.

*Материалы и методы.* Расчетные соотношения, преобразованные для компьютерных вычислений, корректируются введением переменного значения коэффициента устойчивости, уточнением схем учета влияния поверхностной нагрузки на действующие по боковой поверхности «сдвигающегося» объема усилия и учетом, при выполнении условий устойчивости грунтового цилиндра в целом, возможности разрушения нижнего несущего слоя грунта, который моделируется как защемленная пластина, загружаемая по двум различным схемам в зависимости от свойств вышележащих грунтов.

*Результаты.* Проведен анализ результатов сопоставительных расчетов, выполненных с использованием пакета «МАТКАД» для «типовых» условий, и получены выводы о значимости предлагаемых корректировок.

*Выводы.* При определении критического размера необходимо введение стандартных для геотехники значений коэффициента устойчивости «сдвигающегося» грунтового объема.

При рекомендуемом на «карстоопасных» территориях применении плитных фундаментов влияние поверхностной нагрузки на возможность сдвига объема грунта следует учитывать только при определении горизонтальных напряжений на боковой поверхности, причем учет может выполняться по простым, но достаточно обоснованным схемам.

При учете возможности разрушения нижнего слоя образование провала прогнозируется при меньшем пролете полости, чем по предлагаемым методикам.

**Ключевые слова:** скальный массив, полость, грунтовая толща, коэффициент устойчивости, критический размер, связный грунт, поверхностная нагрузка, несущий слой, круглая пластинка, изгиб, растягивающие напряжения

**Для цитирования:** Шейнин В.И., Ковалев В.А., Патрикеев А.Б., Холмянский М.Л. К определению размера полости в скальном массиве, необходимого для образования провала в вышележащей грунтовой толще. *Вестник НИЦ «Строительство»*. 2023;36(1):72–85. https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-1(36)-72-85

**Вклад авторов**
Все авторы внесли равноценный вклад подготовку публикации.

**Финансирование**
Исследование не имело спонсорской поддержки.

**Конфликт интересов**
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

*Поступила в редакцию 20.01.2023*
*Поступила после рецензирования 14.02.2023*
*Принята к публикации 21.02.2023*

# ON THE ISSUE OF DETERMINING THE DIMENSIONS OF THE ROCK MASSIF CAVITY SUFFICIENT FOR THE FORMATION OF A SINKHOLE IN THE OVERLYING SOIL STRATUM

V.I. SHEININ✉, Dr. Sci. (Engineering)
V.A. KOVALEV, Cand. Sci. (Engineering)
A.B. PATRIKEEV
M.L. KHOLMYANSKIY, Cand. Sci. (Engineering)
*Research Institute of Bases and Underground Structures (NIIOSP) named after N.M. Gersevanov, JSC Research Center of Construction, Ryazanskiy ave., 59, Moscow, 109428, Russian Federation*

**Abstract**

*Introduction.* The procedure currently recommended for karst hazard assessment includes a comparison of the cavity dimensions at the top of the karst massif with a "critical" value, sufficient for a shift of the cylindrical volume in the soil stratum. The scheme of calculating the "critical" value, proposed 40 years ago, is widely used due to its proven efficiency. However, in some cases, this procedure leads to an incorrect assessment of sinkhole development conditions, i.e., to incorrect decisions about the parameters of anti-karst measures.

*Aim.* To adjust the procedure for calculating the "critical dimensions", depending on the stratum structure and soil characteristics, as well as the load from the foundation.

*Materials and methods.* The calculation formulas, transformed for computer calculations, are corrected by the introduction of a variable stability factor, the refinement of the schemes for accounting the effect of a surface load on the forces, acting along the side surface of the "shifting" volume, as well as by accounting, under the fulfillment of conditions for the general stability of a soil cylinder, the possibility of destroying the lower soil bearing layer, which is modeled as the clamped plate, loaded according to two different schemes depending on the properties of overlying soils.

*Results.* The results of comparative calculations performed using the Mathcad software package for "standard" conditions are analyzed, and conclusions about the significance of the proposed corrections are drawn.

*Conclusion.* When determining critical dimensions, it is necessary to introduce the values of the stability coefficient for the "shifting" soil volume, which are standard for geotechnics. In the case of using slab foundations, recommended in "karst-hazardous" areas, the effect of a surface load on the soil shift should be taken into account only when determining horizontal stresses on the side surface. Moreover, accounting

can be carried out according to simple, but sufficiently justified, schemes. When the possibility of the lower layer destruction is accounted, the formation of a sinkhole is predicted at a smaller cavity span as compared to the proposed procedures.

**Keywords:** rock massif, cavity, soil stratum, stability factor, critical dimensions, cohesive soil, surface load, bearing layer, round plate, bending, tensile stresses

**For citation:** Sheinin V.I., Kovalev V.A., Patrikeev A.B., Kholmyanskiy M.L. On the issue of determining the dimensions of the rock massif cavity sufficient for the formation of a sinkhole in the overlying soil stratum. *Bulletin of Science and Research Center of Construction*. 2023;36(1):72–85. (In Russ.). https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-1(36)-72-85

**Author contribution statements**
All authors made equal contributions to the study and the publication.

**Funding**
No funding support was obtained for the research.

**Conflict of interest**
The authors declare no conflict of interest.

*Received 20.01.2023*
*Revised 14.02.2023*
*Accepted 21.02.2023*

Наличие или образование внутри скального массива естественной полости, сохраняющей свою устойчивость, или устройство закрепленной подземной выработки не приводят к заметным последствиям в залегающей над этим массивом грунтовой толще, а оценка их параметров – вполне решаемая задача с использованием модели массива как сплошной деформируемой среды, обычно с применением программных конечно-элементных комплексов. Опасные и трудно прогнозируемые явления возникают, если полость в массиве, подстилающем толщу дисперсного грунта или трещиноватой породы, образуется непосредственно у его поверхности или на столь небольшом заглублении, что ее «кровля» может обрушиться, и полость окажется «открытой». Процессы потери устойчивости расположенной над полостью зоны толщи и разрывных перемещений материала в свободное пространство не могут быть корректно описаны в рамках механики сплошной среды, и для их описания и прогноза используются те или иные «инженерные» модели [1, 2].

Наиболее простая из таких моделей – схема «провала», т. е. сдвига в полость объема грунта, имеющего условно вертикальную границу внутри массива. Прогноз размера в плане («диаметра») провала – одно из требований, обычно предъявляемых к анализу данных инженерно-геологических изысканий [2–5 и др.] в районах распространения карста. Часто под деформациями, вызванными образованием полостей, понимается именно появление провалов, и оценкой «диаметра» заканчивается характеристика опасности появления полости. Применяемые аналитические методики такой оценки чаще всего содержат [2, 4, 6, 7 и др.] выделение в массиве грунта, расположенного над полостью, цилиндрического объема диаметром $D$ и высотой $H$, равной мощности толщи. Обычно записываются выражения для сдвигающих $T(D)$ и удерживающих $N(D)$ усилий, приложенных к выделенному цилиндрическому объему, и определяется значение $D = D_{кр}$, при котором «коэффициент устойчивости» $K(D) = N(D)/T(D)$ равен минимально допустимому значению $k_{уст}$, в существующих

рекомендациях принимаемому равным единице. Далее (и об этом часто забывается) требуется сравнение полученного значения $D_{кр}$ с «фактическим» или прогнозируемым к окончанию срока эксплуатации сооружения значением диаметра полости $D_h$. Провал с диаметром $D_{кр}$ считается возможным, если $D_{кр} \le D_h$, и невозможным, если $D_{кр} > D_h$. Справедливость этой трактовки значений $D$, $D_h$ и $D_{кр}$ вполне понятна. По существу, она подразумевается и при изложении в [4] наиболее применяемой схемы определения «минимально возможного диаметра провала», где в п. 3.4 говорится, что записанная формула позволяет получить минимально возможный диаметр провала $d_0$ и что «поэтому для возникновения провала необходимо, чтобы размер полости в плане был не менее расчетного значения $d_0$». При изложении многочисленных вариантов определения диаметра провала на схемах, так же как на представленном рис. 1 из [4, 8], $D = D_h$. Но тем не менее там же, в [4], рис. 1 называется «расчетная схема для определения диаметра провала», а в инженерно-геологических отчетах именно значение $D_{кр}$ до сих пор принимается за «диаметр провала». При таком понимании прогнозируемый диаметр провала – показатель опасности – оказывается не только не зависящим от фактического размера полости, но при этом еще и увеличивающимся при «улучшении» условий, т. е. при росте мощности толщи над полостью и повышении прочности слагающих ее грунтов.

Прогноз деформаций массивов при образовании полостей любого генезиса должен начинаться с задания их размеров, и, хотя при современном уровне возможностей приходится

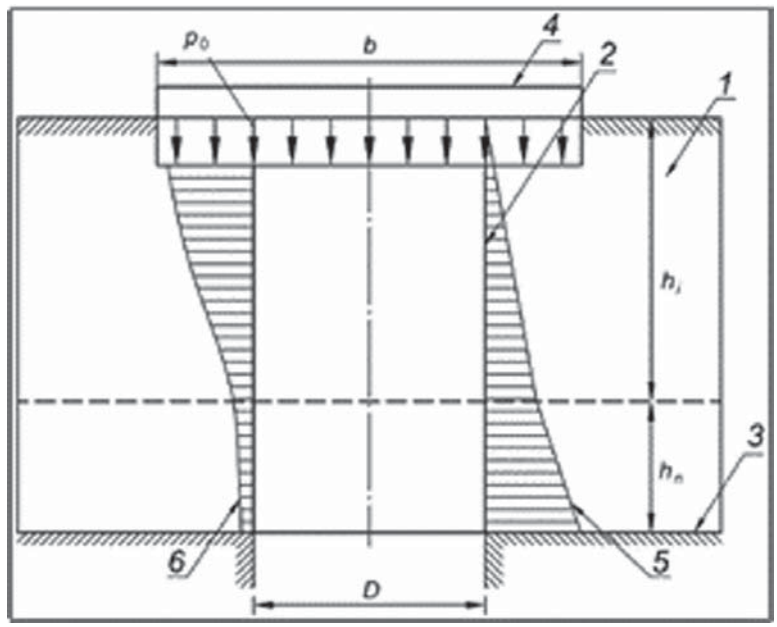


**Рис. 1.** Схема расчета устойчивости цилиндра грунта над карстовой полостью с учетом нагрузки от сооружения [4, 8]: *1* – покрывающая толща; *2* – цилиндрическая поверхность обрушения; *3* – кровля карстующихся пород; *4* – фундамент; *5* – эпюра бокового давления грунта; *6* – эпюра напряжений от веса сооружения; *b* – ширина фундамента; *D* – диаметр провала; $h_i$ – толщина *i*-го слоя грунта; $h_n$ – толщина *n* слоев грунта

**Fig. 1.** Scheme for calculating the stability of the soil cylinder above the karst cavity, taking into account the load from the structure [4, 8]: *1* – overlying stratum; *2* – cylindrical sinkhole surface; *3* – karstic rock top; *4* – foundation; *5* – soil side pressure diagram; *6* – diagram of stresses from the structure weight; *b* – foundation width; *D* – sinkhole diameter; $h_i$ – *i*-th soil layer thickness; $h_n$ – thickness of *n* soil layers

принимать приближенные и иногда чисто «экспертные» оценки указанных размеров, этот путь представляется наиболее информативным. Предписанный в [5] порядок оценки размеров карстовых полостей исходит из того, что в основе их образования лежит процесс растворения карстующихся пород [9]. В [5, 10] размер $D_h$ карстовой полости определяется как

$$D_h = D_0 + v_s \times T, \quad (1)$$

где $D_0$ – начальный размер полости;

$T$ – срок эксплуатации сооружения;

$v_s$ – среднегодовая скорость растворения пород, определяемая по данным изысканий или назначаемая по приведенным в [5] диапазонам изменения $v_s$ для пяти их разновидностей.

Указанные диапазоны ориентировочные, но их ранжирование отражает различие масштабов карстопроявлений над массивами пород с различной растворимостью.

Однако и при описанной «непротиворечивой» трактовке величины $D_{кр}$ методы ее оценки нуждаются в корректировках, которым и посвящена настоящая статья. Например, задание в [4, 6, 7 и др.] значения коэффициента устойчивости $k_{уст}$ равным единице противоречит практике геотехнических расчетов [12], где для учета недостаточной определенности исходных данных и несовершенства расчетных схем $k_{уст}$ принимается в пределах 1,1…1,3. Другой аспект – необходимость различения ситуаций, где следует и где не следует учитывать влияние поверхностной дополнительной нагрузки на условия равновесия выделенного объема грунта. Отдельного рассмотрения требует учет особенностей работы нижнего «несущего» слоя грунтовой толщи.

Смысл и результаты рекомендуемых уточнений порядка определения величины $D_{кр}$ рассмотрим на примере «типовых» условий, записанных с помощью табл. 1, в которой $i = 1 \ldots M$ – номер ИГЭ сверху вниз от поверхности или от подошвы фундамента; $h_i$ (м) – толщина; $\gamma_i$ (кН/м$^3$) – удельный вес; $\varphi_i$ (град.) – угол внутреннего трения; $C_i$ (кПа) – сцепление грунта в $i$-м слое.

*Таблица 1*

**Пример задания исходных и осредненных значений грунтовых характеристик**

*Table 1*

**Example of setting the initial and averaged values of soil characteristics**

| Грунт | *i* | *hi* | *γl* | *φi* | *Ci* |
|---|---|---|---|---|---|
| Песок | 1 | 8 | 17 | 34 | 1 |
| Супесь | 2 | 10 | 20 | 24 | 14 |
| Песок | 3 | 12 | 18 | 33 | 3 |
| Глина | 4 | 8 | 17 | 13 | 59 |

| Зона осреднения | *h* | *g* | *φ* | *C* |
|---|---|---|---|---|
| *i = 1 ... M* | 38.0 | 18.1 | 26.6 | 17.3 |
| *i = 1 ... M-1* | 30.0 | 18.4 | 30.3 | 6.1 |
| *i = M* | 8.0 | 17.0 | 13.0 | 59.0 |

Запишем соотношения для определения $R_{кр}$, аналогичные приведенным в [4], в более удобном для программирования виде и с добавлением множителей, позволяющих учесть сделанные замечания. Усилие, сдвигающее объем радиусом $R$ и высотой $H = \Sigma_{i=1}^{M} h_i$, вызываемое его весом и давлением на поверхности $p_0$, определяется как:

$$T(R) = \pi R^2 \left[ k_z p_0 + \sum_{i=1}^{M} h_i \gamma_i \right] \quad (2)$$

а удерживающее его усилие $Q(R)$ слагается из усилий трения $Q_f(r)$ и сцепления $Q_c(r)$ на поверхности:

$$Q_f(R)=2\pi R\times\sum_{i=1}^{M}h_i\sigma_i^g\xi_i \qquad Q_c(R)=2\pi R\times\sum_{i=1}^{M}h_i c_i\,, \tag{3}$$

где $\xi_i = tg(\varphi_i)$ и $\mu_i = (tg(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi_i}{2}))^2$ – коэффициенты трения и бокового давления грунта;

$\sigma_i^g = 0{,}5(p_i+p_{i+1})\mu_i$ – среднее значение бокового давления в пределах $i$-го слоя грунта,

$$p_j=k_g\,p_0\,\alpha(Z_j)+\left[0\,\textit{если}\;j=1,\left(\sum_{i=1}^{j-1}h_i\gamma_i\right)\textit{если}\;j>1\right], \tag{4}$$

$Z_j$,$(i = 1\ldots M + 1)$ – отметки кровли $(j = i)$ и почвы $(j = i + 1)$ $i$-го слоя ($Z_1 = 0$, $Z_{M+1} = \Sigma_{i=1}^{m} h_i$);

$p_j$ – вертикальное давление в массиве на отметке $Z_j$;

$\alpha(Z) \le 1$ – функция, описывающая убывание по $Z$ вертикальных напряжений в грунте на границе цилиндра;

$k_z$, $k_g$ – принимающие значения 1 или 0 множители для учета или неучета влияния на вертикальные ($k_z$) и горизонтальные ($k_g$) напряжения в массиве.

Заметим, что во многих исследованиях [2, 6 и др.] поверхностная нагрузка не учитывается, т. е. $k_z = k_g = 0$.

Напомним, что одним из основных (а фактически обязательных) противокарстовых конструктивных мероприятий, рекомендуемых в [5, 10], является устройство плитных фундаментов. Поэтому нет необходимости рассматривать вариант «провала» под одиночным фундаментом, тем более что это обычно делается с явными ошибками в записи (не учитывается, что функция $\alpha(Z)$ должна относиться не к оси фундамента, а к боковой поверхности выделенного объема). В случае же в настоящее время практически безальтернативно применяемого в условиях карста плитного фундамента поверхностная нагрузка приложена в пределах зоны с размерами, существенно превосходящими «диаметр» провала. Тогда вертикальная нагрузка на поверхности, действующая и снаружи, и внутри контура «сдвигаемого» объема, не вносит дополнения в сдвигающее этот объем усилие, т. е. следует принимать $k_z = 0$. Влияние нагрузки $p_0$ должно учитываться только в величине давления на боковую поверхность сдвигаемого объема ($k_g = 1$). Кроме того, при приложении давления на большой площади можно пренебречь с учетом реального уровня достоверности задания других исходных параметров, «точным» описанием убывания по глубине вызываемых этим давлением напряжений и ограничиться линейной зависимостью

$$\alpha(Z) = \frac{H-Z}{H} \qquad (0 \le Z \le H). \tag{5}$$

Хотя предлагаемые «корректировки» могут не очень сильно влиять на получаемые оценки $D_{кр}$, они позволяют существенно упростить расчеты, не пренебрегая рекомендациями [10].

Теперь запишем соотношение для определения $R_{кр}$

$$k_{уст}\times T(R) = Q(R) \tag{6}$$

Подставляя в (6) соотношения (3), (4), получим

$$R_{кр}(k_{уст}) = 2k_{уст}^{-1}\left[\sum_{i=1}^{M} h_i\,(\sigma_i^g \xi_i + c_i)\right]/[k_s p_s + \sum_{i=1}^{M} h_i \gamma_i] \qquad (7)$$

При $k_{уст} = 1$ и $k_z = 0$, $k_g = 0$ получаем $R_{кр} = 8{,}6$ м, а при учете влияния поверхностной нагрузки ($k_g = 1$) на горизонтальные усилия на границе сдвигаемого цилиндра $R_{кр} = 10{,}6$ м. Заметим, что именно такого порядка величины радиуса провала приведены для условий $H \approx 30\ldots40$ м в работах [13, 14 и др.], где обсуждаются методики, основанные на аналогичных схемах. Принять, как это часто делается, $D = D_{кр}$ и получить приемлемое для проектировщиков значение $D$ можно при мощности надкарстовой толщи менее 10 метров. Так, заменив $h_i$ на уменьшенные значения $h'_i = h_i/4$, получим при $k_g = 0$ значение $R_{кр} = 3{,}7$ м, а при $k_g = 1$ значение $R_{кр} = 5{,}2$ м.

Оценим на рассматриваемом примере условия обоснованности часто используемого упрощения расчетов значения $D_{кр}$. Если считать грунт в пределах столба высотой $H$ и радиусом $R$ однородным с значениями $\gamma$, $\varphi$, $C$, полученными осреднением по $Z$ ($0 \le Z \le H$) то соответствующие формулам (2)–(4) соотношения запишутся в виде, аналогичном приведенному в [2], т. е.

$$T(R) = \pi R^2 (\gamma H + k_g p_0) \qquad (5)$$

$$Q = Q_c + Q_f = 2\pi RH\,[(k_g p_0/2 + \gamma \times H/2) \times \mu \times tg\,(\varphi)) + C], \qquad (6)$$

где $Q_c$ и $Q_f$ – «удерживающие» усилия, вызываемые сцеплением и трением:

$$Q_c(R) = 2\pi RCH \qquad Q_f(R) = 2\pi R\,((k_g p_0)/2 + \gamma H/2)\mu tg\,(\varphi), \qquad (7)$$

$\mu$, $p_0/2$, $\gamma H/2$ – осредненные по $Z$ значения коэффициента бокового давления, вертикального напряжения в рассматриваемом «столбе» грунта от поверхностной нагрузки $p_0$ и от собственного веса грунта $\gamma \times Z$. Решая относительно $R$ уравнение $T(R) = Q(R)$, получаем, что значение $K = Q/T$ оказывается равным или меньшим $k_{уст}$, когда

$$R > R_{кр}^{a}(k_{уст}) = k_{уст}^{-1}[(\gamma H + k_f p_0)\mu tg(\varphi) + 2C]H/(\gamma \times H + k_z p_0) \qquad (8)$$

При $k_{уст} = 1$, $p_0 = 0$ получаем известное простое соотношение [2]

$$R_{кр}^{a} = [(\gamma \times H) \times \xi \times tg(\varphi) + 2 \times C]/(\gamma). \qquad (9)$$

Вычисленное по формуле (8) значение $R_{кр}^{a}(k_{уст})$ при $k_{уст} = 1$ равно 9,2 м при $k_g = 0$ и 11,3 м при $k_g = 1$, т. е. разность ($R_{кр}^{a} - R_{кр}$), равная (9,2–8,6) и (11,3–10,6) м соответственно при $k_g = 0$ и при $k_g = 1$, практически не выходит за пределы очевидной погрешности получаемых оценок. Таким образом, при используемой в [4 и др.] схеме «схема Бирбаумера» [2] замена фактической слоистой толщи на «эквивалентную» однослойную вполне допустимо.

Однако такое осреднение неэффективно, если попытаться, пусть в рамках также «инженерных» представлений, учесть в расчетной схеме реальную структуру грунтовой толщи. В частности, разрез, описанный кратко в табл. 1, – пример ситуации, когда непосредственно над полостью находится слой связного грунта с достаточно высоким значением $C$, выступающий в качестве «крепления» кровли полости. Чтобы понять, как в таких условиях может происходить формирование провала, упростим структурную модель многослойной толщи над полостью, используя показанную возможность замены ее части на эквивалентный слой. Верхнюю часть толщи, сложенную в основном слоями условно дисперсных грунтов, общей

мощностью $h_d$ заменим слоем грунта мощности $h_d$ со средними по слоям $i = 1\ldots$ M-1 значениями $\gamma_d$, $\varphi_d$, $C_d$. Непосредственно над полостью залегает слой связного грунта мощностью $h_c$ с характеристиками $\gamma_c$, $\varphi_c$, $C_c$.

Если в какой-то момент времени происходит увеличение размеров полости до критических значений или (как это бывает, по-видимому, чаще всего, и причем по техногенным причинам) происходит «снижение» показателей $\varphi_c$, $C_c$, то сначала разрушается находящийся над полостью слой связного грунта, а затем – перемещается в полость и объем грунта над этой полостью, с возможным образованием «провала» (рис. 2).

При отсутствии такого несущего слоя рост полости и увеличение ее открытого объема скорее приведут к постепенному непрерывному ее заполнению дисперсным материалом и росту «мульды оседания».

Для оценки возможности разрушения «несущего» слоя связного грунта используем две схемы определения нагрузки, действующей на его верхнюю границу, соответствующие «стандартным» методикам расчета так называемого диаметра карстового провала [2]. Одна из этих схем, по существу, та же схема «продавливания» (индекс B- «схема Бирбаумера» [2]) жесткого столба грунта, но примененная к «столбу» в двуслойной толще. Вертикальное

*Таблица 2*

**Значения характеристик слоев эквивалентной двухслойной среды**

*Table 2*

**Characteristics of layers in the equivalent two-layer medium**

| Грунт | $h$ | $g$ | $\varphi$ | $C$ |
|---|---|---|---|---|
| малосвязный | 30.0 | 18.4 | 30.3 | 6.1 |
| связный | 8.0 | 17.0 | 13.0 | 59.0 |

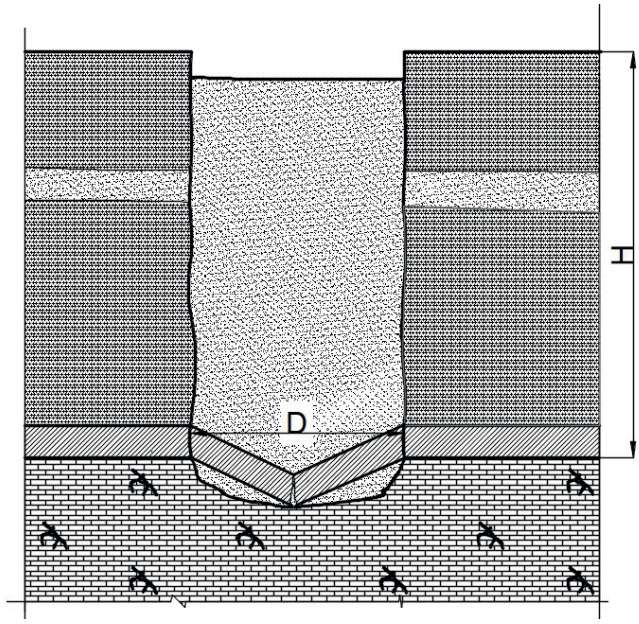


**Рис. 2.** Обрушение несущего слоя связного грунта и образование провала
**Fig. 2.** Collapse of the cohesive soil bearing layer and formation of a sinkhole

давление $\sigma_{lB}(R)$, передающееся от вышележащей толщи (условно однослойной) на нижний слой связного грунта, определим через разность «сдвигающего» $T_d(R)$ и «удерживающего» $Q_d(R)$ верхний слой «несвязного» грунта, т. е.

$$T_d(R) = \pi R^2 \gamma_d h_d; \qquad Q_d(R) = 2\pi R(h_d \sigma_d^g \xi_d + C_d h_d); \tag{10}$$

$$\sigma_{lB}(R) = \frac{(T_l(R) - Q_l(R))}{\pi R^2} = \gamma_l h_l - \frac{h_l}{R}\left[\sigma_l^g \xi_l + 2C_1\right]. \tag{11}$$

Усилия, сдвигающее и удерживающее нижний слой, здесь равны:

$$T_{cB}(R) = \pi R^2(\sigma_{lB}(R) + \gamma_c h_c); \qquad Q_{cB}(R) = 2\,\pi R(h_c \sigma_{cB}^g \xi_c + C_c h_c); \tag{12}$$

Решение уравнения $k_{уст} T_{cB}(R) - Q_{cB}(R) = 0$, при определении давления $\sigma_{lB}(R)$ по (11) и при $k_{уст} = 1$, дает практически тот же результат $R_{кр}^{B}(k_{уст}) = 10{,}75$ м, что и при сдвиге цилиндра грунта по всей («двуслойной») толще.

Другая схема передачи нагрузки от верхней части толщи на «несущий» слой предполагает, что над этим слоем образуется так называемый «свод равновесия Протодьяконова», высоту которого применительно к задачам оценки карстовых проявлений в [2] рекомендуется определять по формуле:

$$h_v(R) = \frac{R}{tg(\varphi)}. \tag{13}$$

Эта схема заимствована из инженерной теории горного давления на крепь выработок в массивах трещиноватых пород [17], а формула (13) основана на анализе различных вариантов ее реализации. Примем давление от веса свода на кровле несущего слоя обрушения равномерно распределенным, определяемым по максимальной величине:

$$\sigma_{lP}(R) = \frac{R \times \gamma_l}{tg(\varphi)}. \tag{14}$$

Усилия (сдвигающее и удерживающее нижний слой) при этом равны:

$$T_{cP}(R) = \pi R^2(\sigma_{lP}(R) + \gamma_c h_c); \qquad Q_{cP}(R) = 2\pi R(h_c \sigma_c^g \xi_c + C_c h_c). \tag{15}$$

Величины «удерживающих» несущий слой усилий $Q_{cB}(R)$ и $Q_{cR}(R)$ одинаковы, поскольку в рамках принимаемой в обеих схемах упрощенной модели деформирования грунтовой толщи одинаковы вертикальные напряжения и значения бокового давления в массиве.

Решение уравнения $k_{уст} T_{cP}(R) = Q_{cP}(R)$ при $k_{уст} = 1$ дает $R_{кр}^{P} = 7{,}67$ м. Видно, что за счет того, что $\sigma_{lp}(R) > \sigma_{lB}(R)$, значение критического размера полости, при котором может произойти провал, прогнозируется по «схеме Протодьяконова» заметно меньшим (почти на 40 %), чем при «схеме Бирбаумера» ($R_{кр}^{B} = 10{,}75$ м). В качестве значения $R_{кр}$, определенного из обычного условия «среза» цилиндрического грунтового объема, следует принимать величину $R_{кр}^{s} = min(R_{кр}^{B}, R_{кр}^{P})$.

Но потеря устойчивости слоя связного грунта может произойти также от действия возникающих при его изгибе растягивающих напряжений в определенных зонах его нижней и верхней поверхностей. Устойчивость слоя над выработанным пространством в условиях плоской задачи с помощью исследования «балочного эффекта» предложено оценивать в [15]. Здесь такой подход доведен до расчетных соотношений применительно к задаче об устойчивости слоя над круговой в плане полостью.

Будем приближенно рассматривать слой связного грунта толщиной $m = h_c$ над круговой полостью радиуса $R$ как круглую пластинку ($0 < r < R$), защемленную по контуру и загруженную сверху равномерной нагрузкой:

$$\sigma_z(R) = \sigma_l(R) + \gamma_c m, \tag{16}$$

где $\sigma_l(R) = \max(\sigma_{lB}(R), \sigma_{lP}(R))$. Согласно [16], максимальное значение вызываемого действием нагрузки $\sigma_z(R)$ растягивающего напряжения на верхней поверхности «пластики» $\sigma_{ru}^-$ реализуется на ее внешнем контуре $r = R$, а соответствующее максимальное значение на нижней поверхности $\sigma_{rl}^-(R)$ – на оси ($r = 0$). Величины $\sigma_{ru}^-(R)$ и $\sigma_{rl}^-(R)$ оцениваются по формулам [16],

$$\sigma_{ru}^-(R) = \frac{3}{4}\frac{\sigma_z(R)R^2}{m^2} \qquad \sigma_{rl}^-(R) = \frac{3}{8}(1+\nu)\frac{\sigma_z(R)R^2}{m^2}. \tag{17}$$

Значения горизонтального сжимающего напряжения, действующего на контуре пластинки со стороны массива, составляют соответственно на уровне верхней и нижней поверхности:

$$\sigma_{ru}^+(R) = [\gamma_d h_d + p_0 k_g \alpha(h_d)]\mu_c, \qquad \sigma_{rl}^+(R) = [\gamma_d h_d + \gamma_c h_c + p_0 k_g \alpha(H)]\mu_c, \tag{18}$$

а суммарные значения напряжений в указанных выше зонах составляют

$$\sigma_{ru}^{\Sigma} = \sigma_{ru}^+(R) - \frac{3}{4}\sigma_z(R)\frac{R^2}{m^2} \qquad \sigma_{rl}^{\Sigma} = \sigma_{rl}^+(R) - \frac{3}{8}(1+\nu)\sigma_z(R)\frac{R^2}{m^2}. \tag{19}$$

Будем считать, что при появлении растягивающих напряжений в слое связного грунта произойдет его разрушение и обрушение в полость с последующим частичным ее заполнением фрагментированной грунтовой массой, а при наличии остаточного свободного аккумуляционного объема – суффозионное перемещение в полость соответствующего объема несвязного грунта. Поэтому значение $R$, при котором одна из величин ($\sigma_{rl}^{\Sigma}$, $\sigma_{ru}^{\Sigma}$) окажется отрицательной, следует считать «критическим» $R_{кр}^{b}$. В рассматриваемом примере тангенциальное напряжение становится растягивающим (отрицательным) на верхней поверхности слоя-плиты при $R > R_{кр}^{bU} = 5{,}3$ м, а на нижней – при $R > R_{кр}^{bL} = 6{,}4$ м. Тогда $R_{кр}^{b} = \min(R_{кр}^{bU}, R_{кр}^{bL}) = 5{,}3$ м.

Окончательное значение «критического» радиуса полости определяется как наименьшее из указанных значений

$$R_{кр} = \min(R_{кр}^{s}, R_{кр}^{b}) = 5{,}3 \text{ м}, \tag{20}$$

т. е. при образовании на площадке у кровли массива скальных пород полости с размером в плане более $D_{кр} = 2R_{кр}$ потенциально произойдет или «провал», или образование «мульды оседания».

Проведенные вычисления содержат ряд хотя и «стандартных», но недостаточно обоснованных «инженерных» упрощений, например схему оценки бокового давления, последовательность задания нагрузки на кровлю несущего слоя, использование формул для определения напряжений в тонкой пластинке. Однако результаты таких вычислений показывают, насколько существенным является учет возможности реализации отличных от схемы проскальзывания цилиндрического объема грунта сценариев влияния образования полости в скальном массиве на деформации вышележащей грунтовой толщи. Приведем на рис. 3 зависимости от мощности $h_c^H$ нижнего несущего слоя, изменяющейся при неизменной суммарной мощности грунтовой толщи $H$, значений $R_{кр}(h_c)$, определенных

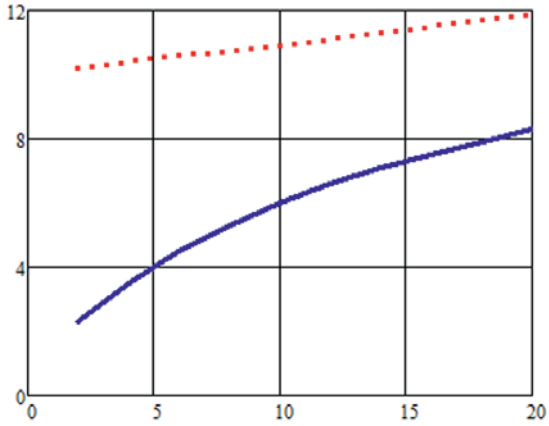


**Рис. 3.** Зависимости $R_{max}(h_c)$ (пунктир) и $R_{min}(h_c)$
**Fig. 3.** $R_{max}(h_c)$ (dotted) and $R_{min}(h_c)$ dependencies

по обычной «схеме Бирнбаумера» [2, 4], т. е. $R^{B}_{кр}(h_c) = R_{max}(h_c)$, и значений $R^{bU}_{кр}(h_c) = R_{min}(h_c)$, определенных с учетом напряжений в несущем слое от изгиба при нагрузке, определяемой по «своду Протодьяконова». Видно, что при увеличении отношения $h_c/H$ в пределах ≈ 5…50 % значения $R^{B}_{кр}(h_c) = R_{max}(h_c)$ вырастают всего примерно в 1,13 раза. То есть в рамках этой схемы оценки критического радиуса полости малочувствительны к геологическому строению грунтовой толщи, и указанная выше процедура расчета по осредненным значениям характеристик представляется вполне эффективной.

Другая картина имеет место при выполненном учете того, что непосредственно над полостью расположен слой, который воспринимает часть нагрузки от веса вышележащей толщи и при этом может не только перемещаться поступательно вместе со всем находящимся над полостью объемом грунта, но и оказаться предварительно разрушенным от растягивающих напряжений и затем инициировать перемещения грунта в этой толще с образованием провала или мульды. Такая модель образования провала близка к описанному В. П. Хоменко [18, 19] карстово-обвальному механизму. Как понятно из нелинейного характера зависимостей (17) величин растягивающих напряжений на поверхностях несущего слоя от его мощности, зависимость $R_{кр}$ от $h_c$ оказывается при таком механизме гораздо более значимой: при таком же, как и в случае «однородной» толщи, возрастании $h_c$ значение $R_{кр}$ увеличивается примерно в 2,5 раза.

## Заключение

Предложены и обоснованы корректировки методик определения размера полости у кровли подстилающего грунтовую толщу скального массива, при котором в этой толще может произойти провал или оседание. Указанный критический размер должен определяться не при используемом в существующих «карстологических» руководствах значении коэффициента устойчивости, равном единице, а при принятых в геотехнике значениях. Поясняется, почему при рекомендуемом на «опасных» по фактору образования полостей территориях применения плитных фундаментов влияние поверхностной нагрузки в расчете возможности сдвига выделенного объема грунта следует учитывать только при определении горизонтальных напряжений и сил трения на контуре сдвигаемого объема, и предложено рациональное упрощение учета этого влияния. Показано, что замена многослойной толщи «эквивалентным» слоем эффективна лишь при обоснованном применении схемы сдвига объема грунта. В рамках приближенных инженерных схем выполнен учет возможности разрушения находящегося непосредственно над полостью нижнего слоя связного грунта при появлении растягивающих напряжений под действием деформаций изгиба. Уточненные с учетом указанных факторов оценки критического размера полости существенно

зависят от мощности несущего слоя и меньше значений, получаемых по рекомендуемым в настоящее время методикам. Это означает, что провал или процесс оседания может образоваться раньше, чем прогнозируется по этим методикам, т. е. до окончания расчетного срока эксплуатации сооружения.

## Список литературы

**1.** *Кратч Г.* Сдвижение горных пород и защита подрабатываемых сооружений. Москва: Недра; 1978.
**2.** *Аникеев А.В.* Провалы и воронки оседания в карстовых районах: механизмы образования, прогноз и оценка риска. Москва: РУДН; 2017.
**3.** Инструкция по проектированию зданий и сооружений в районах с проявлением карстово-суффозионных процессов. Москва; 1984.
**4.** НИИОСП. Рекомендации по проектированию фундаментов на закарстованных территориях. Москва; 1985.
**5.** СП 22.13330.2016. Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83*. Москва: Минстрой России; 2016.
**6.** *Кутепов В.М., Кожевников В.Н.* Устойчивость закарстованных территорий. Москва: Наука; 1989.
**7.** *Толмачев В.В., Троицкий Г.М., Хоменко В.П.* Инженерно-строительное освоение закарстованных территорий. Москва: Стройиздат; 1986.
**8.** *Ковалев В.А., Патрикеев А.Б.* О расчете параметров карстового провала. Промышленное и гражданское строительство. 2016;(10):36–41.
**9.** *Зверев В.П. Костикова И.А.* Об интенсивности развития карбонатного карста. Геоэкология. Инженерная геология, гидрогеология, геокриология. 2017;(5):13–18.
**10.** НИИОСП им. Н.М. Герсеванова АО «НИЦ «Строительство». Методические рекомендации по геотехническим мероприятиям инженерной защиты территории от проявления карстово-суффозионных процессов. Москва; 2017.
**11.** *Шейнин В.И.* Использование модели мульды оседания для прогноза влияния карстовой полости на деформации грунтового массива. Основания, фундаменты и механика грунтов. 2017;(4):13–19.
**12.** *Горбунов-Посадов М.И., Ильичев В.А., Коновалов П.А., Коньков И.К., Крутов В.В., Смородинов М.И., Сорочан Е.А., Трофименков Ю.Г., [и др.].* Справочник проектировщика. Основания, фундаменты и подземные сооружения. Москва: Стройиздат; 1985.
**13.** *Золотарев Д.Р., Капатская И.И.* Апробация методики расчета диаметров карстовых провалов. Современные технологии в строительстве. Теория и практика. 2017;2:132–136.
**14.** *Уткин М.М., Махнатов С.А.* Сравнительный анализ расчетно-теоретических методов по прогнозированию диаметров карстовых провалов. В: Геотехнические проблемы проектирования зданий и сооружений на карстоопасных территориях: труды Российской конференции с международным участием. Уфа: БашНИИстрой; 2012, с. 262–267.
**15.** *Слесарев В.Д.* Механика горных пород и рудничное крепление. Москва: изд. и тип. Углетехиздата Западугля; 1948.
**16.** *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластинки и оболочки. Москва: Наука; 1966.
**17.** *Протодьяконов М.М.* Давление горных пород и рудничное крепление. Давление горных пород. Ч. 1. Москва: Госгориздат; 1933.
**18.** *Хоменко В.П.* Карстовое провалообразование: механизм и оценка опасности. В: Экологическая безопасность и строительство в карстовых районах: материалы Междунар. симпозиума. Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет; 2015, с. 50–60.

## Refences

**1.** *Kratch H.* Displacement of rocks and protection of workable structures. Moscow: Nedra Publ.; 1978 (in Russian).
**2.** *Anikeev A.V.* Sinkholes and sinkholes in karst areas: mechanisms of formation, prognosis and risk assessment. Moscow: RUDN; 2017 (in Russian).
**3.** Instructions for the design of buildings and structures in areas with the manifestation of karst-suffusion processes. Moscow; 1984 (in Russian).

**4.** NIIOSP. Recommendations for the design of foundations in the karst territories. Moscow; 1985 (in Russian).
**5.** SP 22.13330.2016. Foundations of buildings and structures. Updated version of SNiP 2.02.01-83*. Moscow: Ministry of Construction of Russia; 2016 (in Russian).
**6.** *Kutepov V.M., Kozhevnikov V.N.* Stability of karst territories. Moscow: Nauka Publ.; 1989 (in Russian).
**7.** *Tolmachev V.V., Troitsky G.M., Khomenko V.P.* Engineering and construction development of karst territories. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1986 (in Russian).
**8.** *Kovalev V.A., Patrikeev A.B.* On the calculation of karst failure parameters. Promyshlennoe i Grazhdanskoe Stroitelstvo = Industrial and Civil Engineering. 2016;(10):36–41 (in Russian).
**9.** *Zverev V.P., Kostikova I.A.* About the intensity of carbonate karst development. Geoekologiya. Inzhenernaya geologiya. Gidrogeologiya. Geokriologiya. 2017;(5):13–18 (in Rusian).
**10.** NIIOSP named after N.M. Gersevanov JSC SIC "Construction". Methodological recommendations on geotechnical measures of engineering protection of the territory from the manifestation of karst-suffusion processes. Moscow; 2017 (in Russian).
**11.** *Sheinin V.I.* The use of the sedimentation mulda model to predict the influence of the karst cavity on the deformation of the soil massif. Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov = Soil Mechanics and Foundation Engeneering. 2017;(4):13–19 (in Russian).
**12.** *Gorbunov-Posadov M.I., Il'ichev V.A., Konovalov P.A., Kon'kov I.K., Krutov V.V., Smorodinov M.I., Sorochan E.A., Trofimenkov Yu.G., [et al.]* Designer's Handbook. Foundations, foundations and underground structures. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1985 (in Russian).
**13.** *Zolotarev D.R., Kapatskaya I.I.* Approbation of the methodology for calculating the diameters of karst sinkholes. Sovremennye tekhnologii v stroitel'stve. Teoriya i praktika [Modern technologies in construction. Theory and practice]. 2017;2:132–136 (in Russian).
**14.** *Utkin M.M., Makhnatov S.A.* Comparative analysis of computational and theoretical methods for predicting the diameters of karst sinkholes. In: Geotechnical problems of designing buildings and structures in karst-prone territories: proceedings of the Russian Conference with international participation. Ufa: BashNIIstroy; 2012, p. 262–267 (in Russian).
**15.** *Slesarev V.D.* Mechanics of rocks and mine fastening. Moscow: Ugletekhizdat Zapadugol; 1948 (in Russian).
**16.** *Timoshenko S.P., Voynovsky-Krieger S.* Plates and shells. Moscow: Nauka Publ.; 1966 (in Russian).
**17.** *Protodiakonov M.M.* Rock pressure and mine fastening. Pressure of rocks. Part 1. Moscow: Gosgorizdat Publ.; 1933 (in Russian).
**18.** *Khomenko V.P.* Karst sinkhole formation: mechanism and hazard assessment. In: Environmental safety and construction in karst areas: materials International the symposium. Perm: Perm State National Research University; 2015, p. 50–60 (in Russian).

## Информация об авторах / Information about the authors

**Владимир Исаакович Шейнин**✉**,** д-р техн. наук, профессор, заведующий лабораторией надежности и геотехнического контроля НИИОСП им. Н.М. Герсеванова АО «НИЦ «Строительство», Москва
e-mail: geo-mech@yandex.ru
**Vladimir I. Sheinin**✉**,** Dr. Sci. (Engineering), Professor, Laboratory Head, Laboratory of Reliability and Geotechnical Control, Research Institute of Bases and Underground Structures (NIIOSP) named after N.M. Gersevanov, JSC Research Center of Construction, Moscow
e-mail: geo-mech@yandex.ru

**Владимир Александрович Ковалев,** канд. техн. наук, заведующий лабораторией естественных оснований и конструкции НИИОСП им. Н.М. Герсеванова АО «НИЦ «Строительство», Москва
e-mail: vladimir@olmproekt.ru
**Vladimir A. Kovalev,** Cand. Sci. (Engineering), Laboratory Head, Laboratory of Natural Foundations and Structures, Research Institute of Bases and Underground Structures (NIIOSP) named after N.M. Gersevanov, JSC Research Center of Construction, Moscow
e-mail: vladimir@olmproekt.ru

**Антон Борисович Патрикеев,** заместитель заведующего лабораторией естественных оснований и конструкции НИИОСП им. Н.М. Герсеванова АО «НИЦ «Строительство», Москва
e-mail: patrikeev@olimproekt.ru
**Anton B. Patrikeev,** Deputy Head, Laboratory of Natural Foundations and Structures, Research Institute of Bases and Underground Structures (NIIOSP) named after N.M. Gersevanov, JSC Research Center of Construction, Moscow
e-mail: patrikeev@olimproekt.ru

**Михаил Львович Холмянский,** канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник лаборатории надежности и геотехнического контроля НИИОСП им. Н.М. Герсеванова АО «НИЦ «Строительство», Москва
e-mail: geo-mech@yandex.ru
**Mikhail L. Kholmyanskiy,** Cand. Sci. (Engineering), Leading Researcher, Laboratory of Reliability and Geotechnical Control, Research Institute of Bases and Underground Structures (NIIOSP) named after N.M. Gersevanov, JSC Research Center of Construction, Moscow
e-mail: geo-mech@yandex.ru

✉ Автор, ответственный за переписку / Corresponding author