

УДК 699.841

[https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-3\(38\)-143-154](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-3(38)-143-154)

EDN: YGFQNY

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЙСМОИЗОЛИРОВАННЫХ ЗДАНИЙ С ФРИКЦИОННО-МАЯТНИКОВЫМИ ОПОРАМИ

Д.Н. НИЗОМОВ, д-р техн. наук

А.М. САНГИНОВ[✉], канд. техн. наук*Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии Национальной академии наук Таджикистана,
улица Айни, д. 267, Душанбе, 734063, Республика Таджикистан*

Аннотация

Введение. В настоящее время на территории Таджикистана проектируются и возводятся здания и сооружения на основе пассивных способов обеспечения сейсмостойкости, что в итоге приводит к увеличению жесткости и веса сооружений и, соответственно, увеличению сейсмической нагрузки. В статье рассматривается решение задачи, связанной с сейсмоизоляцией зданий с применением фрикционно-маятниковых опор. Динамическая модель исследуемого объекта представлена в виде системы, состоящей из суперструктуры, субструктуры и сейсмоизоляции.

Целью работы является дальнейшее развитие методов анализа и оценки параметров систем сейсмоизоляции и сейсмозащиты зданий и сооружений для обоснования условий эффективности их применения в сейсмостойком строительстве на территории Республики Таджикистан.

Материалы и методы. Использованы методы строительной механики, динамики сооружений, а также методы численного моделирования. Методика исследований включала построение математических моделей рассматриваемых систем, их численный анализ, сопоставление полученных результатов с имеющимися данными. Проводились экспериментальные исследования на модели фрагмента здания с использованием виброплатформы.

Результаты. Разработана математическая модель, позволяющая проводить исследования напряженно-деформированного состояния здания с маятниковыми скользящими опорами при различных внешних воздействиях, в том числе сейсмических. Система дифференциальных уравнений с использованием метода последовательных аппроксимаций преобразуется в систему алгебраических уравнений, которая решается на каждом шаге по времени. На основе разработанного алгоритма составлена компьютерная программа на языке Fortran и получены результаты численного решения динамической задачи по расчету многоэтажного здания с маятниковыми скользящими опорами. На примере 10-этажного каркасного здания получены результаты от действия мгновенного импульса.

Выводы. Сравнение результатов показывает, что применение сейсмоизоляции в виде фрикционно-маятниковых опор приводит к значительному уменьшению внутренних усилий в опорной части, а также к уменьшению скорости и ускорения в верхней части здания по сравнению с моделью без сейсмоизолирующих опор. При этом несколько увеличиваются перемещения как в нижней, так и верхней частях исследуемого объекта.

Ключевые слова: сейсмоизоляция, сферическая поверхность, маятник, скольжение, сила трения, суперструктура, численное моделирование

Для цитирования: Низомов Д.Н., Сангинов А.М. Численное моделирование сейсмоизолированных зданий с фрикционно-маятниковыми опорами. *Вестник НИЦ «Строительство»*. 2023;38(3):143–154. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-3\(38\)-143-154](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-3(38)-143-154)

Вклад авторов

Низомов Д.Н. – постановка задачи исследования, разработка математической модели, разработка компьютерной программы, проведение численных экспериментов и подтверждение достоверности результатов, написание текста статьи.

Сангинов А.М. – анализ результатов исследований, проведенных в области сейсмоизоляции зданий и сооружений, анализ результатов исследования и подготовка данных, выполнение работы по систематизации материала, написание текста статьи.

Финансирование

Работа выполнена на основе бюджетного финансирования № РН 0116TJ00579.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 04.05.2023

Поступила после рецензирования 22.05.2023

Принята к публикации 30.05.2023

NUMERICAL SIMULATION OF SEISMICALLY ISOLATED BUILDINGS WITH FRICTION PENDULUM BEARINGS

D.N. NIZOMOV, Dr. Sci. (Engineering)

A.M. SANGINOV✉, Cand. Sci. (Engineering)

Institute of Geology, Earthquake-Resistant Construction and Seismology of the National Academy of Sciences of Tajikistan (NAST), Aini str., 267, Dushanbe, 734063, the Republic of Tajikistan

Abstract

Introduction. At present, in Tajikistan, buildings and structures are designed and constructed on the basis of passive methods of ensuring seismic resistance, which ultimately leads to an increase in stiffness and weight of structures and, accordingly, in seismic load. The present paper analyses seismic isolation of buildings provided by friction pendulum bearings. The dynamic model of the object under study is represented as a system consisting of a superstructure, substructure and seismic isolation.

Aim. To contribute to the development of methods for analysis and evaluation of seismic isolation and earthquake protection of buildings and structures in order to justify the conditions for their effective application in earthquake-resistant construction on the territory of the Republic of Tajikistan.

Materials and methods. The authors used methods of structural mechanics, structural dynamics, and numerical simulation. The research methodology involves mathematical modeling of the systems under consideration, numerical analysis, comparison of the obtained results with the available data. Experimental investigation was carried out on a building fragment model and a vibration platform.

Results. The authors developed a mathematical model for investigating the stress-strain state of a building with friction pendulum bearings subjected to various external influences, including seismic ones. The differential equation system using successive approximations is transformed into a system of algebraic equations, which is solved at each time step. On the basis of the created algorithm, the authors developed a computer program in Fortran and obtained the numerical results of the dynamic calculation for a multi-story building with friction pendulum bearings. The results from the action of an instantaneous impulse are obtained on the example of a 10-story frame building.

Conclusions. The results show that the application of seismic isolation in the form of friction pendulum bearings leads to a significant reduction of internal forces in the support part, as well as to a reduction of velocity and

acceleration in the upper part of the building compared to the model without seismic isolation bearings. At the same time, the deflections of both the lower and upper parts of the investigated object slightly increase.

Keywords: seismic isolation, spherical surface, pendulum, sliding, friction force, superstructure, numerical simulation

For citation: Nizomov D.N., Sanginov A.M. Numerical simulation of seismically isolated buildings with friction pendulum bearings. *Vestnik NIC Stroitel'stvo = Bulletin of Science and Research Center of Construction*. 2023;38(3):143–154. [In Russian]. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-3\(38\)-143-154](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-3(38)-143-154)

Author contribution statements

Nizomov D.N. – problem statement, development of the mathematical model and computer program, conducting numerical experiments, validation of the results, writing the manuscript.

Sanginov A.M. – analysis of the investigation results relating to seismic isolation of buildings and structures, data analysis and interpretation, data systematization, writing the manuscript.

Funding

The study was supported by government funding No. PH 0116TJ00579.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Received 04.05.2023

Revised 22.05.2023

Accepted 30.05.2023

Фрикционно-маятниковые опоры (ФМО) (или маятниковые скользящие опоры) в зависимости от конструктивных решений подразделяются на опоры: с одной сферической поверхностью скольжения – одномаятниковые скользящие опоры; с двумя сферическими поверхностями скольжения – двухмаятниковые скользящие опоры; с четырьмя сферическими поверхностями скольжения – трехмаятниковые скользящие опоры. Фрикционные опоры называются маятниковыми скользящими, так как расположенная на них конструкция совершает колебания, подобные движениям математического маятника при наличии трения. Маятниковые опоры изготавливают из нержавеющей стали, а их сферические поверхности имеют покрытия из материалов, обладающих заданными фрикционными свойствами [1–3]. Вопросы численного решения динамических задач и сейсмозащиты рассмотрены в работах [4–11].

Рассмотрим многоэтажное здание с сейсмоизоляцией при сейсмическом воздействии. В качестве сейсмоизоляции используются маятниковые скользящие опоры. Динамическая модель исследуемого объекта, которая состоит из n сосредоточенных масс, представлена на рис. 1а. Одномаятниковая скользящая опора состоит из двух горизонтальных плит, одна из которых имеет сферическую вогнутую поверхность и расположена между плитами сферического шарнирного ползуна (рис. 2а). Особенности поведения и сейсмоизолирующие свойства одномаятниковой скользящей опоры зависят от радиуса кривизны сферической поверхности R и значения коэффициента трения скольжения μ ползуна по сферической поверхности (рис. 2б). Как следует из статического равновесия сил, действующих и возникающих в процессе скольжения по сферической поверхности,

$$F = F_T \cos \alpha + F_N \sin \alpha, \quad (1)$$

$$Q = F_N \cos \alpha - F_T \sin \alpha, \quad (2)$$

$$\sin \alpha = u_1/R, \cos \alpha = (R - \delta)/R = 1 - \delta/R,$$

где F , Q – горизонтальная и вертикальная силы, действующие на фрикционную опору;
 F_T , F_N – тангенциальная и нормальная силы, действующие на ползунок скольжения;
 R – радиус сферической поверхности.

Тангенциальная сила как сила трения выражается через нормальную силу

$$F_T = \mu F_N, \quad (3)$$

где μ – коэффициент трения.

Из (1) и (2) с учетом (3) получаем

$$F = F_N(\mu \cos \alpha + \sin \alpha), Q = F_N(\cos \alpha - \mu \sin \alpha),$$

$$\frac{F}{Q} = \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}, \quad F = Q \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}. \quad (4)$$

Из-за малости угла α можно предположить, что $\cos \alpha - \mu \sin \alpha \approx 1$, тогда уравнение (4) можно представить в виде

$$F = Q(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = Q(u_1/R + \mu \cos \alpha) = k_h u_1 + Q\mu \cos \alpha, \quad (5)$$

$$F/Q = u_1/R + \mu \cos \alpha,$$

где $k_h = k_1 = Q/R$ – коэффициент горизонтальной жесткости ФМО;

Q , M – вес и масса суперструктуры: $Q = M \times g$, $M = m_1 + m_2 + \dots + m_n$;

g – ускорение свободного падения.

Из (5) следует, что при $R \rightarrow \infty$ и $\alpha \rightarrow 0$ горизонтальная сила $F = \mu Q$, что соответствует силе трения в обычной скользящей опоре.

Далее рассмотрим расчетную модель многоэтажного здания со скользящими маятниковыми опорами (рис. 1). В случае сейсмического воздействия, в момент времени t здание перемещается на величину u_0 , а за счет скольжения опоры перемещается еще на величину $u_b = u_1$, и только после этого оно деформируется (рис. 1а). Уравнение движения такой системы можно получить исходя из основной системы метода перемещений (рис. 1б). Систему уравнений движения можно получить исходя из равновесия каждой массы.

Уравнение динамического равновесия опорной массы здания $m_b = m_1$ (рис. 1в), с учетом затухания, представляется в виде

$$m_1(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1) + c_h \dot{u}_1 + F + r_{12}u_2 = 0, \quad (6)$$

где $r_{12} = -k_2$, $k_2 = 2 \times 12EI/h_2^3$ – реакция в элементах первого этажа от единичного перемещения $Z_1 = 1$;

$c_h = c_1$ – параметр затухания ФМО.

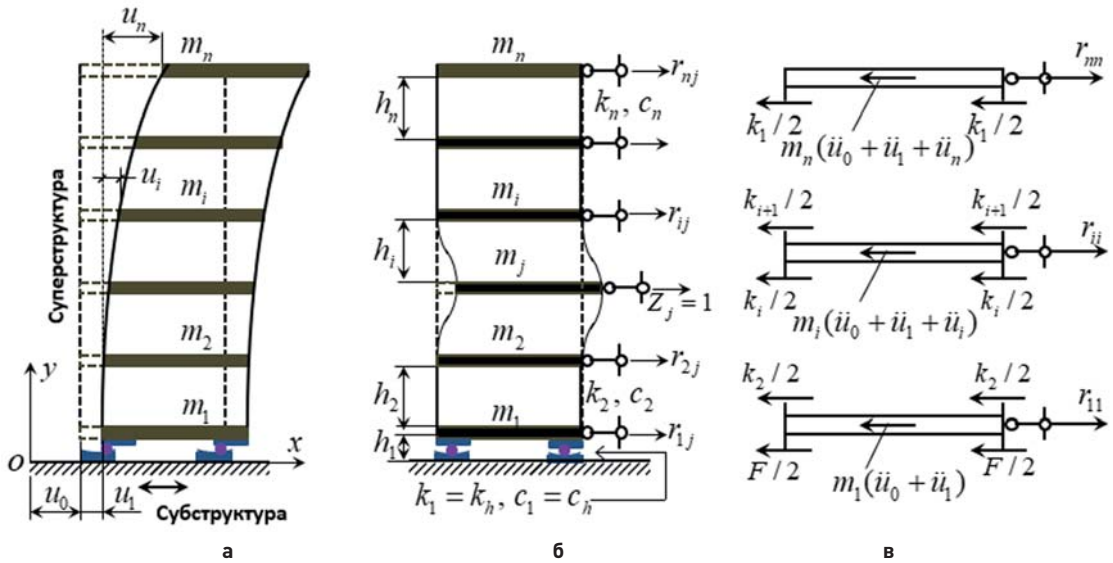


Рис. 1. Динамическая модель здания и основная система метода перемещений

Fig. 1. Dynamic building model and basic system of deflection method

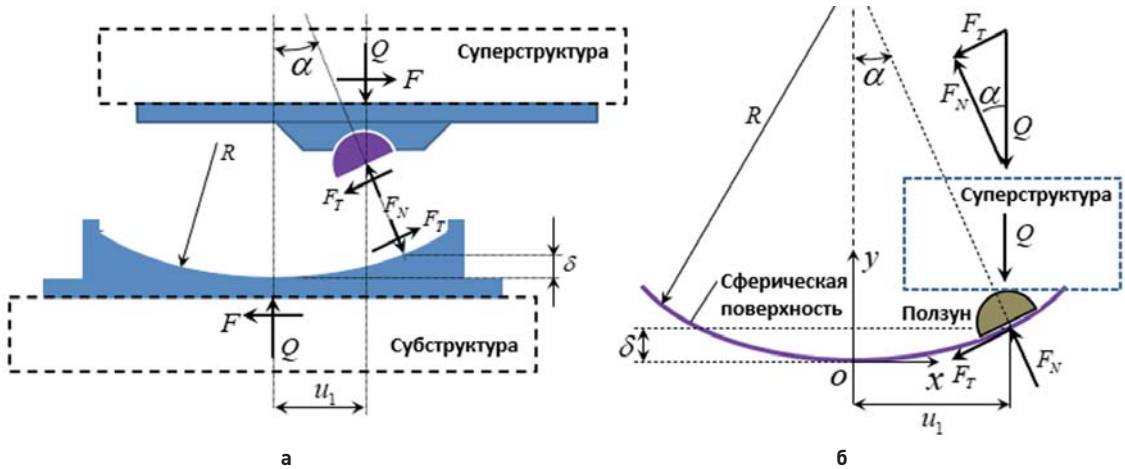


Рис. 2. Кинематика одномаятниковой скользящей опоры

Fig. 2. Kinematics of friction pendulum bearing

Сила F , которая состоит из суммы двух сил, представляется так:

$$F = k_h \times u_1 + \mu Q \cos \alpha \times \operatorname{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1),$$

$$k_h = k_1 = Q/R,$$

(7)

$\operatorname{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1)$ – кусочно-постоянная нечетная функция действительного аргумента с областью определения $(-\infty; +\infty)$ и областью значений $(-1; 0; +1)$;

$\dot{u}_0$ – скорость движения основания здания;

$\dot{u}_1$ – скорость движения массы m_1 .

Подставив (7) в (6), получаем уравнение движения массы m_1

$$m_1 \ddot{u}_1 + c_1 \dot{u}_1 + \mu Q \cos \alpha \times \operatorname{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) + k_1 u_1 - k_2 u_2 = -m_1 \ddot{u}_0(t), \quad (8)$$

Функцию $\cos \alpha(t)$ в (8) можно представить как производную от $\sin \alpha(t) = u_1(t)/R$:

$$\frac{d}{dt} \sin \alpha = \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_1}{dt}, \quad \cos \alpha = \frac{1}{R} \frac{\dot{u}_1}{\dot{\alpha}}. \quad (9)$$

Если учесть, что круговая частота свободных колебаний математического маятника (рис. 2б) без учета и с учетом затухания соответственно равна:

$$\omega_0 = \sqrt{k_1 / M} = \sqrt{Q / MR} = \sqrt{g / R}, \quad \omega_D = \dot{\alpha} = \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}, \quad (10)$$

то уравнение (8), с учетом (9) и (10), можно представить в следующем виде

$$m_1 \ddot{u}_1 + c_1 \dot{u}_1 + c_0 \dot{u}_1 \times \operatorname{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) + k_1 u_1 - k_2 u_2 = -m_1 \ddot{u}_0(t), \quad (11)$$

$$c_0 = \frac{\mu Q}{R \dot{\alpha}} = |Q = \omega_0^2 MR, \dot{\alpha} = \omega_D| = \mu M \frac{\omega_0^2}{\omega_D}.$$

Делим обе части (11) на m_1 с учетом (10), где

$$\frac{k_1}{m_1} = \frac{Q}{m_1 R} = \frac{Mg}{m_1 R} = \frac{Mg}{m_1 R} = \frac{M}{m_1} \omega_0^2,$$

получаем

$$\ddot{u}_1 + 2\xi_1 \omega_0 \dot{u}_1 + \mu \frac{M}{m_1} \frac{\omega_0^2}{\omega_D} \dot{u}_1 \times \operatorname{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) + \frac{M}{m_1} \omega_0^2 u_1 - \frac{k_2}{m_1} u_2 = -\ddot{u}_0(t). \quad (11a)$$

Коэффициент затухания ξ_1 в (11a) зависит от фрикционных свойств материалов сферических поверхностей и ползунов, его можно принять в пределах от 10 до 30 % от критического затухания

$$\xi_1 = c_h / c_{cr}; \quad c_{cr} = 2m_1 \omega_0; \quad 0,1 \leq \xi_1 \leq 0,3.$$

Уравнения движения массы m_j и m_n записываются в виде

$$m_j(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1 + \ddot{u}_j) + c_j \dot{u}_j + r_{jj-1} u_{j-1} + r_{jj} u_j + r_{jj+1} u_{j+1} = 0, \\ j = 2, 3, \dots, n-1,$$

$$m_n(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1 + \ddot{u}_j) + c_n \dot{u}_j + r_{nn-1} u_{n-1} + r_{nn} u_n = 0,$$

здесь

$$r_{jj-1} = -k_j, r_{jj} = k_j + k_{j+1}, r_{jj+1} = -k_{j+1}, r_{nn-1} = -k_n, r_{nn} = k_n, \\ m_j \ddot{u}_j + c_j \dot{u}_j - k_j u_{j-1} + (k_j + k_{j+1}) u_j - k_{j+1} u_{j+1} = -m_j(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \quad (12)$$

$$\ddot{u}_j + 2\omega_j \xi_j \dot{u}_j - \omega_j^2 u_{j-1} + (\omega_j^2 + \omega_{j+1}^2) u_j - \omega_{j+1}^2 u_{j+1} = -(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1),$$

$$\omega_j^2 = k_j / m_j, \quad c_j = \xi c_{cr} = \xi 2\omega_j m_j, \quad j = 2, 3, \dots, n-1.$$

Уравнение движения массы m_n представляется в виде

$$m_n \ddot{u}_n + c_n \dot{u}_n - k_n u_{n-1} + k_n u_n = -m_n (\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \quad (13)$$

$$\ddot{u}_n + 2\omega_n \xi_n \dot{u}_n - \omega_n^2 u_{n-1} + \omega_n^2 u_n = -(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1),$$

$$\omega_n^2 = k_n / m_n.$$

Если предположить, что жесткости вертикальных элементов динамической модели здания стремятся к бесконечности, где относительные перемещения $u_2 = u_3 = \dots = u_n = 0$, то задача сводится к рассмотрению уравнения

$$M \ddot{u}_1 + c_1 \dot{u}_1 + \mu M \frac{\omega_0^2}{\omega_D} \dot{u}_1 \times \text{sgn}(\dot{u}_0 + \dot{u}_1) + k_1 u_1 = -m_1 \ddot{u}_0(t),$$

которое описывает движения абсолютно жесткого тела, установленного на фрикционно-маятниковых опорах.

Систему уравнений (11)–(13) можно представить в матричной форме

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} = -\mathbf{M} \mathbf{I} (\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \quad (14)$$

где $\mathbf{M} = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_n)$ – диагональная матрица масс;

$\mathbf{I}$ – единичный вектор влияния;

$\mathbf{C}$ – матрица затухания.

Матрица жесткости и векторы перемещений, скоростей и ускорений представляются в виде

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & -k_{n-1} & k_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{U}} = \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \\ \dot{u}_n \end{Bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{U}} = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \vdots \\ \ddot{u}_n \end{Bmatrix}. \quad (15)$$

Матрицу затухания в (14), соответствующей верхней части здания в первом приближении, можно принять пропорционально матрице масс

$$\mathbf{C} = \text{diag}(m_2, m_3, \dots, m_n) \times a,$$

где a – коэффициент пропорциональности.

С целью численного моделирования задачи по расчету сейсмоизолированного здания с одномаятниковыми скользящими опорами используем метод последовательных аппроксимаций [2, 3], в котором скорость и ускорения, соответствующие моменту времени t_n , представляются в виде

$$\ddot{u}_n = \frac{\alpha_1}{\tau_n} (u_n - u_{n-1}) - \frac{\alpha_2}{\tau_n} \dot{u}_{n-1} - \alpha_3 \ddot{u}_{n-1}, \quad (16)$$

$$\dot{u}_n = \frac{\beta_1}{\tau_n}(u_n - u_{n-1}) - \beta_2 \dot{u}_{n-1} - \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{n-1}, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (17)$$

здесь τ_n – шаг интегрирования на отрезке времени $[t_{n-1}, t_n]$;

α_j, β_j – коэффициенты аппроксимации [3–6].

Подставляя (16) и (17) в (11), получим

$$\begin{aligned} & m_1 \left[\frac{\alpha_1}{\tau_n^2}(u_{1,n} - u_{1,n-1}) - \frac{\alpha_2}{\tau_n} \dot{u}_{1,n-1} - \alpha_3 \ddot{u}_{1,n-1} \right] + \\ & + c_1 \left[\frac{\beta_1}{\tau_n}(u_{1,n} - u_{1,n-1}) - \beta_2 \dot{u}_{1,n-1} - \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{1,n-1} \right] + \\ & + c_0 \left[\frac{\beta_1}{\tau_n}(u_{1,n} - u_{1,n-1}) - \beta_2 \dot{u}_{1,n-1} - \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{1,n-1} \right] \times \text{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) + \\ & + k_1 u_{1,n} - k_2 u_{2,n} = -m_1 \ddot{u}_0(t_n), \\ & k_1 = Q/R, \quad k_2 = 2 \times 12EI/h_2^3. \end{aligned} \quad (18)$$

Уравнение (18) можно представить в виде

$$-a_{11}u_{1,n} - a_{12}u_{2,n} = m_1 \times us_{1,n-1} + c_1 \times sk_{1,n-1} + c_0 \times sk_{1,n-1} \times \text{sgn}(\dot{u}_0 + \dot{u}_1) - m_1 \ddot{u}_0(t_n), \quad (19)$$

здесь

$$\begin{aligned} a_{11} &= m_1 \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} + \frac{\beta_1}{\tau_n}(c_1 + c_0) + k_1, \quad a_{12} = k_2, \\ us_{1,n-1} &= \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} u_{1,n-1} + \frac{\alpha_2}{\tau_n} \dot{u}_{1,n-1} + \alpha_3 \ddot{u}_{1,n-1}, \\ sk_{1,n-1} &= \frac{\beta_1}{\tau_n} u_{1,n-1} + \beta_2 \dot{u}_{1,n-1} + \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{1,n-1}. \end{aligned}$$

Проведя аналогичную процедуру к уравнению (12), получаем

$$-a_{j,j-1}u_{j-1,n} + a_{jj}u_{j,n} - a_{jj+1}u_{j+1} = m_j \times us_{j,n-1} + c_j \times sk_{j,n-1} - m_j(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \quad (20)$$

здесь

$$\begin{aligned} a_{jj-1} &= k_j, \quad a_{jj} = m_j \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} + c_j \frac{\beta_1}{\tau_n} + k_j + k_{j+1}, \quad a_{jj+1} = k_{j+1}, \\ us_{j,n-1} &= \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} u_{j,n-1} + \frac{\alpha_2}{\tau_n} \dot{u}_{j,n-1} + \alpha_3 \ddot{u}_{j,n-1}, \\ sk_{j,n-1} &= \frac{\beta_1}{\tau_n} u_{j,n-1} + \beta_2 \dot{u}_{j,n-1} + \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{j,n-1}, \\ j &= 2, 3, \dots, n-1. \end{aligned}$$

Дифференциальное уравнение (13) с использованием аппроксимирующих формул (16) и (17) приводится к следующему виду

$$-a_{m-1}u_{n-1,n} + a_{n,n}u_{n,n} = m_n \times us_{n,n-1} + c_n \times sk_{n,n-1} - m_n(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} a_{m-1} &= k_n, \quad a_{m,n} = m_n \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} + c_n \frac{\beta_1}{\tau_n} + k_n, \\ us_{n,n-1} &= \frac{\alpha_1}{\tau_n^2} u_{n,n-1} + \frac{\alpha_2}{\tau_n} \dot{u}_{n,n-1} + \alpha_3 \ddot{u}_{n,n-1}, \\ sk_{n,n-1} &= \frac{\beta_1}{\tau_n} u_{j,n-1} + \beta_2 \dot{u}_{n,n-1} + \tau_n \beta_3 \ddot{u}_{n,n-1}. \end{aligned}$$

Полученные алгебраические уравнения (19)–(21) можно представить в матричной форме:

$$\mathbf{AU} = \mathbf{B}, \quad (22)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & -a_{12} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -a_{21} & a_{22} & -a_{23} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -a_{32} & a_{33} & -a_{34} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & -a_{n,n-1} & a_{m,n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \dots \\ u_n \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \dots \\ b_n \end{Bmatrix}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} b_1 &= m_1 \times us_{1,n-1} + c_1 \times sk_{1,n-1} + c_0 \times sk_{1,n-1} \times \operatorname{sgn}(\dot{u}_0 - \dot{u}_1) - m_1 \ddot{u}_0(t_n), \\ b_j &= m_j \times us_{j,n-1} + c_j \times sk_{j,n-1} - m_1(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1), \quad j = 2, 3, \dots, n-1, \\ b_n &= m_n \times us_{n,n-1} + c_n \times sk_{n,n-1} - m_n(\ddot{u}_0 + \ddot{u}_1). \end{aligned}$$

Система алгебраических уравнений (22) решается на каждом шаге по времени. Видно, что матрица $\mathbf{A}$ является ленточной, поэтому для ее решения можно использовать итерационный метод Зейделя.

Пример

Исследование динамической модели здания от действия мгновенного импульса. В качестве примера рассматривается 10-этажное каркасное здание со следующими геометрическими данными: размеры в плане – 18×36 м; сетка колонн – 6×6 м; высота этажа – 3 м, высота здания – 30 м. На опорной части здания установлены 28 фрикционно-маятниковых опор. Суммарная масса и суммарный вес здания соответственно равны:

$$M = 9 \times 51,79 + 2 \times 49,12 = 564,35 \text{ тс} \cdot \text{с}^2/\text{м}, \quad Q = M \times 9,81 = 5536,27 \text{ тс}.$$

Изгибная жесткость и коэффициенты жесткости стоек и фрикционной опоры соответственно равны

$$EI = 2 \times 10^6 \frac{0,5 \times 0,5^3}{12}; \quad k = \frac{12EI}{h^3}; \quad k_o = \frac{QR}{N_k},$$

где R – радиус сферической поверхности опоры; $N_k = 28$ – количество опор.

На основе изложенной математической модели разработаны алгоритм и компьютерная программа **FPB-1** (Friction pendulum bearings) и получены результаты для модели здания М1 – без сейсмоизоляции и модели М2 – с фрикционными опорами. Результаты для М2 получены при $\mu = 0,1$, $R = 5$ м, $\xi = 0,02$ и при шаге численного интегрирования $\tau = 0,01$ с. С целью анализа сходимости и точности результатов были проведены численные эксперименты при различных значениях шага по времени.

На рис. 3 приведены графики перемещения масс m_1 (кривая 2) и m_{10} (кривая 1) модели М1, а также опорной массы $m_b = m_1$ (кривая 4) и массы m_{11} (кривая 3) модели М2. В табл. 1 приведены максимальные значения опрокидывающего момента и поперечной силы в опорной части, а также максимальные значения перемещения, скорости и ускорения, соответствующие массе перекрытия.

Сравнение результатов показывает, что применение сейсмоизоляции в виде фрикционно-маятниковых опор (модель М2) приводит к значительному уменьшению внутренних усилий в опорной части, а также к уменьшению скорости и ускорения в верхней части здания по сравнению с моделью М1. При этом несколько увеличиваются перемещения как в нижней, так и верхней частях исследуемого объекта.

Вывод

Разработаны математическая модель и алгоритм расчета, которые позволяют исследовать сейсмоизолированные здания при различных воздействиях, в том числе сейсмических в виде заданной акселерограммы землетрясения. В результате численного моделирования динамической задачи здания с применением метода последовательных аппроксимаций

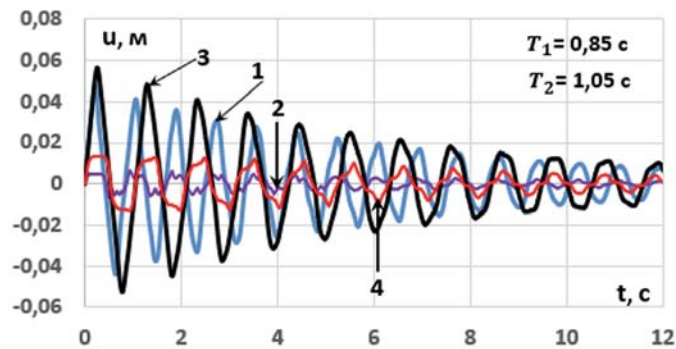


Рис. 3. Сравнение результатов колебания модели здания
Fig. 3. Comparison of vibration results of the building model

Таблица 1

Сравнение результатов

Table 1

Comparison of the results

Модель	$M_{\max}, \text{тМ}$	$Q_{\max}, \text{Т}$	$u_{\max}, \text{м}$	$\dot{u}_{\max}, \text{м/с}$	$\ddot{u}_{\max}, \text{м/с}^2$
М1	$6,25 \times 10^4$	$4,72 \times 10^3$	$4,75 \times 10^{-2}$	0,346	9,01
М2	$3,69 \times 10^4$	$2,53 \times 10^3$	$5,63 \times 10^{-2}$	0,255	5,97

разработана компьютерная программа и получены результаты, которые сопоставлены с данными аналогичной модели без сейсмозащиты. Применение сейсмоизоляции в виде фрикционно-маятниковых опор приводит к значительному уменьшению внутренних усилий в сечениях исследуемого объекта по сравнению с аналогичным объектом без сейсмоизоляции.

Список литературы

1. Свод правил. Здания сейсмостойкие и сейсмоизолированные. Правила проектирования. Москва: Минрегион России; 2013.
2. *Ozer M.* The linear formulation for the equations of the dynamic responses of rigid and flexible structures supported by friction pendulum sliding (fps) bearings. In: 13th World Conference on Earthquake Engineering [internet]; 2004 August 1–6; Vancouver, B.C., Canada, Paper No. 1675. Available at: https://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13_1675.pdf
3. *Kelly J.M.* Aseismic base isolation: Review and bibliography. *Soil Dyn. Earthq. Eng.* 1986;5(4):202–216. [https://doi.org/10.1016/0267-7261\(86\)90006-0](https://doi.org/10.1016/0267-7261(86)90006-0)
4. *Низомов Д.Н.* Методы прямого интегрирования дифференциальных уравнений движения дискретных систем. В: Строительство и архитектура: сб. науч. тр. Таджикского технического университета. Душанбе: ТТУ; 1992. Вып. 2, с. 39–46.
5. *Низомов Д.Н.* Численные методы решения динамических задач строительной механики. Изв. АН Респ. Тадж. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. 1993;(1):62–72.
6. *Низомов Д.Н.* Проблемы сейсмостойкого строительства в Таджикистане. Строительство и архитектура. 2010;(5):25–27.
7. *Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И.* Численное моделирование динамической системы «платформа – модель – здания». Вестник гражданских инженеров. 2018;(3):66–72.
8. *Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Ходжибоев А.А.* Концепция сейсмоизоляции как стратегия в области сейсмостойкого строительства. В: Практика, проблемы и перспективы повышения качества проектирования, строительства и производства строительных материалов. Материалы респ. конф.; 2016; Душанбе; 2016, с. 139–147.
9. *Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Ходжибоев А.А.* Численный анализ модели сейсмоизолированного многоэтажного здания. Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2017;(3):16–20.
10. *Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И.* Численное моделирование сейсмоизолированных зданий с сухим трением. Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2018;61(1):47–53.
11. *Низомов Д.Н., Каландарбеков И.К., Каландарбеков И.И.* Исследования свободных колебаний зданий с учетом сейсмоизоляции. Труды Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН Респ. Таджикистан. Душанбе, с. 182–189.

References

1. A set of rules. Buildings are earthquake-resistant and earthquake-insulated. Design rules. Moscow: Ministry of Regional Development of Russia; 2013. (In Russian).
2. *Ozer M.* The linear formulation for the equations of the dynamic responses of rigid and flexible structures supported by friction pendulum sliding (fps) bearings. In: 13th World Conference on Earthquake Engineering [internet]; 2004 August 1–6; Vancouver, B.C., Canada, Paper No. 1675. Available at: https://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13_1675.pdf
3. *Kelly J.M.* Aseismic base isolation: Review and bibliography. *Soil Dyn. Earthq. Eng.* 1986;5(4):202–216. [https://doi.org/10.1016/0267-7261\(86\)90006-0](https://doi.org/10.1016/0267-7261(86)90006-0)
4. *Nizomov D.N.* Methods of direct integration of differential equations of motion of discrete systems. In: Construction and architecture. Collection of scientific works of the Tajik Technical University. Dushanbe: Tajik Technical University; 1992. Issue 2, pp. 39–46. (In Russian).

5. *Nizomov D.N.* Numerical methods for solving dynamic problems of structural mechanics. *Izvestiya Akademii nauk Respubliki Tadjikistan. Otdelenie fiziko-matematicheskikh, khimicheskikh, geologicheskikh i tekhnicheskikh nauk* = News of the National Academy of Sciences of Tajikistan. Department of physical, mathematical, chemical, geological and technical sciences. 1993;(1):62–72. (In Russian).
6. *Nizomov D.N.* Problems of earthquake-resistant construction in Tajikistan. *Stroitel'stvo i arkhitektura* = Construction and Architecture. 2010;(5):25–27. (In Russian).
7. *Nizomov D.N., Kalandarbekov I., Kalandarbekov I.I.* Numerical modeling of the dynamic system “platform – model – buildings”. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov* = Bulletin of Civil Engineers. 2018;(3):66–72. (In Russian).
8. *Nizomov D.N., Kalandarbekov I., Khodzhiboev A.A.* The concept of seismic isolation as a strategy in the field of earthquake-resistant construction. Practice, problems and prospects of improving the quality of design, construction and production of building materials. Materials of the republican conference; 2016; Dushanbe; 2016, pp. 139–147. (In Russian).
9. *Nizomov D.N., Kalandarbekov I., Khodzhiboyev A.A.* Numerical analysis of a model of a seismically insulated multi-storey building. *Seismostoiroe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzhenii* = Earthquake engineering. Constructions safety. 2017;(3):16–20. (In Russian).
10. *Nizomov D.N., Kalandarbekov I.K., Kalandarbekov I.I.* Numerical modeling of seismically insulated buildings with dry friction. *Doklady Akademii nauk Respubliki Tadjikistan* = Reports of the National Academy of Sciences of Tajikistan. 2018;61(1):47–53. (In Russian).
11. *Nizomov D.N., Kalandarbekov I.K., Kalandarbekov I.I.* Studies of free vibrations of buildings taking into account seismic isolation. Proceedings of the Institute of Geology, Earthquake-Resistant Construction and Seismology of the Academy of Sciences of the Republic of Tatarstan. Dushanbe, pp. 182–189. (In Russian).

Информация об авторах / Information about the authors

Джахонгир Низомович Низомов, д-р техн. наук, профессор, член-корреспондент НАНТ, заведующий лабораторией сейсмостойкости зданий и сооружений Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАНТ, Душанбе

e-mail: tiees@mail.ru

Djahongir N. Nizomov, Dr. Sci. (Engineering), Professor, Corresponding Member of NAST, Head of the Laboratory of Earthquake Resistance of Buildings and Structures, Institute of Geology, Earthquake-Resistant Construction and Seismology of NAST, Dushanbe

e-mail: tiees@mail.ru

Абдусамад Мирвафоевич Сангинов✉, канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник лаборатории сейсмостойкости зданий и сооружений Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАНТ, Душанбе

e-mail: samad80@mail.ru

Abdusamad M. Sanginov✉, Cand. Sci. (Engineering), Leading Researcher, Laboratory of Earthquake Resistance of Buildings and Structures, Institute of Geology, Earthquake-Resistant Construction and Seismology of NAST, Dushanbe

e-mail: samad80@mail.ru

✉ Автор, ответственный за переписку / Corresponding author