

УДК 624. УДК 624.046.4, 624.046.3, 624.071.34 012.45

СОВРЕМЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ БЕТОНА

MODERN RESEARCH IN THE FIELD OF CREEP THEORY OF CONCRETE

С. Б. КРЫЛОВ, д-р техн. наук

П. Д. АРЛЕНИНОВ, канд. техн. наук

Излагаются основные результаты проведенных авторами исследований в области теории ползучести бетона и железобетона за последние годы. Рассмотрены предложения по совершенствованию вычисления ядер релаксации бетона, по уточнение мер ползучести, вопросы деформирования и устойчивости стержневых железобетонных элементов при продольно-поперечном изгибе с учётом ползучести и трещинообразования.

The article presents the main results of the authors' research in the field of creep theory of concrete and reinforced concrete in recent years. Proposals on improving the calculation of relaxation core of concrete and creep measures, on the deformation and stability of reinforced concrete elements in the longitudinal-transverse bending are considered, taking into account creep and cracking.

Ключевые слова:

бетон, железобетон, ползучесть, релаксация, деформации, устойчивость

Key words:

concrete, reinforced concrete, creep, relaxation, deformation, stability

Одним из направлений научной деятельности А.А. Гвоздева являлось изучение работы конструкций под нагрузкой во времени. Им, в частности, был предложен один из вариантов нелинейной теории ползучести бетона. В настоящее время НИИЖБ им. А.А. Гвоздева продолжает исследования в области ползучести бетона. Сейчас выполняется комплекс экспериментально-теоретических работ по изучению ползучести бетона при трёхосном напряженном состоянии. Эта экспериментальная работа выполняется совместно с ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева.

В последние несколько лет проведены теоретические исследования в области ползучести в изгибаемых и сжато-изогнутых железобетонных конструкциях при нелинейной работе материалов и в условиях развития трещин. При этом были исследованы вопросы деформирования таких конструкций и устойчивости (при наличии продольных сжимающих сил), а также уточнены и развиты некоторые положения классической теории ползучести бетона и нормативных документов, регламентирующих расчёт конструкций с учётом ползучести бетона.

При проведении упомянутых исследований в качестве основы была выбрана теория упруго-ползучего тела [1, 2, 3]. Основной задачей было распространение её на случай армированного бетона с трещинами. Прежде всего были проверены и уточнены [8] некоторые положения этой теории с исполь-

зованием компьютерных методов анализа.

В инженерных расчётах рекомендуется применять упрощённое выражение для меры ползучести [11, 12], которое вошло в Рекомендации по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций:

$$C_B(t, t_0) = C_{28_besk} \cdot \Omega(t_0) (1 - k \cdot e^{-\gamma_1 \cdot (t-t_0)}) \quad (1)$$

$C_{28_besk} = C_{28_besk}^N \cdot \xi_{2c} \cdot \xi_{3c}$ – предельное значение меры ползучести бетона (определяет поведение функции при бесконечно большом значении времени);

$\Omega(t_0) = c + d \cdot e^{-\gamma \cdot t_0}$ – функция, учитывающая влияние старения бетона на меру ползучести (t_0 – время загрузки образца);

$(1 - k \cdot e^{-\gamma_1 \cdot (t-t_0)})$ – функция, учитывающая нарастание во времени меры ползучести (t – время испытания образца).

С одной стороны, это связано со сложностью более точных выражений, предлагаемых разными исследователями. С другой стороны, более точные выражения учитывают крайне ограниченный объём технологических параметров, влияющих на ползучесть бетона, что резко ограничивает их область применения.

Для оценки точности выражения (1) для меры ползучести было выполнено ее сравнение с выражением для меры ползучести, предложенным С.В. Александровским [1] на основании большого объема экспериментов:

$$C_Э(t, t_0) = \psi(t_0) - \psi(t) \cdot \left(\frac{e^{(A_1 \cdot t_0)} - A_2}{e^{(A_1 \cdot t)} - A_2} \right) + \Delta(t_0) (1 - e^{-\alpha(t-t_0)}) \quad (2)$$

Учитывая детальность проводившихся исследований, это выражение можно считать эталонным. Сравнение выполнялось для технологических условий, при которых было получено выражение (2).

До прямого сравнения выражений по формулам (1) и (2) было установлено, что постоянный коэффициент $k = 0,8$, входящий в последний множитель в (1), необходимо изменить на $k = 1$. Это связано с тем, что при определении деформаций ползучести бетона в момент загрузки ($t = t_0$) ползучесть отсутствует и, соответственно, множитель

$(1 - k \cdot e^{-\gamma_1 \cdot (t-t_0)})$ должен быть равен 0, а с коэффициентом $k = 0,8$ получаем

$(1 - k \cdot e^{-\gamma_1 \cdot (t-t_0)}) = 0,2$, что противоречит физическому смыслу явления. В своё время коэффициент

0,8 был введён для моделирования резкого подъёма графика меры ползучести в начальный момент деформирования с помощью «скачка». Но сравнение с более точными данными показывает, что это

не даёт существенного выигрыша в точности, но создаёт указанное противоречие. На рис. 1 показано сравнение мер ползучести по формулам (1) и (2) с учетом внесенного изменения ($k = 1$). При сохранении значения указанного коэффициента в соответствии с Рекомендациями [12] различия в графиках практически сохраняются.

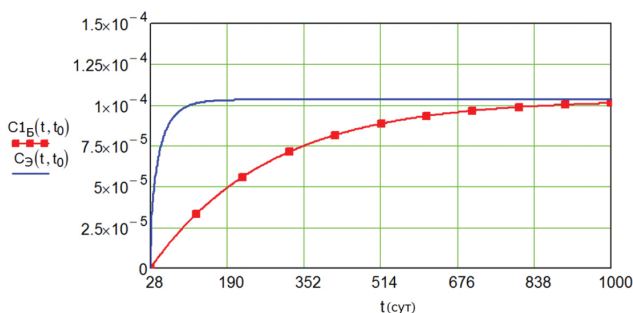


Рис. 1. Графики меры ползучести по формулам (1) и (2) при $t_0 = 28$ сут.

Приведенный график показывает значительные различия в мере ползучести в первые полтора года. Для более резкого возрастания расчетных деформаций ползучести сразу после приложения нагрузки предложена замена множителя $(1 - k \cdot e^{-\gamma_1 \cdot (t-t_0)})$ на (3):

$$F(\Delta t) = \frac{(1 - e^{-Q_1 \gamma_1 \cdot (t-t_0)}) \cdot (1 - e^{-Q_2 \gamma_1 \cdot (t-t_0)}) \cdot (1 - e^{-Q_3 \gamma_1 \cdot (t-t_0)}) \cdot (1 - e^{-Q_4 \gamma_1 \cdot (t-t_0)})}{4} \tag{3}$$

Тогда выражение меры ползучести примет вид

$$C1_B(t, t_0) = C_{28_besk} \cdot \Omega(t_0) \cdot F(\Delta t) \tag{4}$$

Выражение (3) включает в себя коэффициенты Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 . Они определяются из условия наименьших погрешностей расчетной кривой (4) по отношению к эталонной (2). В частности, для технологических параметров образцов из опытов С.В. Александровского получены следующие значения постоянных:

$$Q_1 = 1,258 \cdot 103; \quad Q_2 = 17,431; \quad Q_3 = 12,936; \quad Q_4 = 6,291.$$

Подбор выполнялся из условия совпадения функций (2) и (4) в четырех временных точках t_1 при $t_0 = 28$ сут. При этом дополнительно контролировалась степень совпадения в остальных точках.

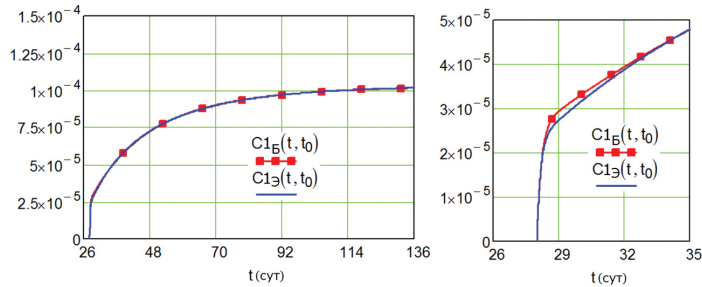


Рис. 2. Сравнение графиков функций по формулам [2] и [4]: $C1_B(t, t_0)$ – предлагаемая мера ползучести [4] (красный цвет); $C1Э(t, t_0)$ – мера ползучести по выражению [2] (синий цвет).

Через выражение для меры ползучести (4) получено выражение для ядра ползучести, использованное в дальнейших исследованиях:

$$L(t, t_0) = -E(t, t_0) \cdot \int_{t_0}^t \left(\frac{1}{E(t, \tau)} + C1_B(t, \tau) \right) d\tau \tag{5}$$

Использованный подход позволил совместить учёт большого числа технологических факторов, влияющих на ползучесть, с высокой точностью выражения меры ползучести (2).

Отдельное направление исследований было посвящено уточнению методики построения ядра релаксации напряжений в бетоне [8, 9]. Выражение для напряжений в зависимости от относительных деформаций необходимо в качестве физического соотношения при выводе уравнений изгиба тех или иных видов конструкций, а также необходимо само по себе в задачах, связанных с релаксацией напряжений. При подходе, ставшем классическим, в линейной теории ползучести используются следующие уравнения, связывающие напряжения и относительные деформации:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} + \int_{t_0}^t \frac{\sigma(\tau)}{E(\tau)} L(t, \tau) d\tau \quad \text{уравнение ползучести,} \tag{6}$$

$$\frac{\sigma(t)}{E(t)} = \varepsilon(t) - \int_{t_0}^t \varepsilon(\tau) R(t, \tau) d\tau \quad \text{уравнение релаксации,} \tag{7}$$

$$L(t, \tau) - R(t, \tau) = \int_{\tau}^t L(\xi, \tau) R(t, \xi) d\xi \quad (8)$$

Последнее уравнение (8) связывает ядра L и R и используется для построения ядра релаксации R . Соотношение (8) взято из теории интегральных уравнений в предположении, что выражение (7) является решением уравнения (6). Проведенный численный анализ показал, что уравнение (8) не соответствует уравнениям (6) и (7). Поэтому было решено исследовать и уточнить связь между ядрами $L(t, \tau)$ и $R(t, \tau)$. Если выполнить операцию сложения правых частей и левых частей уравнений (6) и (7), приведения подобных членов и внесения всех слагаемых под знак интеграла, получим

$$\int_{t_0}^t \left[\frac{\sigma(\tau)}{E(\tau)} L(t, \tau) - \varepsilon(\tau) R(t, \tau) \right] d\tau = 0 \quad (9)$$

Поскольку пределы интегрирования t и t_0 являются произвольными, этот интеграл в общем случае будет равен 0 только тогда, когда подынтегральная функция равна 0. Учитывая, что ядра $L(t, \tau)$ и $R(t, \tau)$ в соответствии с теорией не зависят от изменения нагрузки во времени, можно выбрать любую зависимость напряжений от времени при установлении связи между ядрами. Чтобы перейти к загрузке образца, используемому при построении меры ползучести, положим $\sigma(\tau) = \text{const} = S$. Такой функции σ будет соответствовать $\varepsilon(\tau) = S \cdot \delta(\tau, \tau_0)$

$$\delta(\tau, \tau_0) = \frac{1}{E(\tau_0)} + C(\tau, \tau_0) \quad (10)$$

где $\delta(\tau, \tau_0)$ — полная податливость материала, включающая упругую и ползучую составляющую. Здесь $C(\tau, \tau_0)$ — мера ползучести; τ_0 — время начальной загрузки образца постоянной по времени нагрузкой; τ — текущий момент времени. Подставим значения $\sigma(\tau)$, $\varepsilon(\tau)$ и $\delta(\tau, \tau_0)$ в уравнение (9):

$$\frac{S}{E(\tau)} L(t, \tau) - S \left(\frac{1}{E(\tau_0)} + C(\tau, \tau_0) \right) \cdot R(t, \tau) = 0 \quad (11)$$

Отсюда найдём зависимость R от L :

$$R(t, \tau) = \frac{\frac{L(t, \tau)}{E(\tau)}}{\frac{1}{E(\tau_0)} + C(\tau, \tau_0)} \quad (12)$$

После получения выражения для ядра релаксации из первых двух уравнений теории ползучести была произведена численная проверка уравнения (8) подстановкой в него ядра релаксации (12). По результатам проверки оказалось, что ядро релаксации не является решением этого уравнения. В зависимости от времени наблюдения (28 сут.+ 2,5 ч; 29 сут.; 78 сут.; 128 сут.) были получены значительные погрешности: +122,3%; -55,8%; -74,6%; -74,7% соответственно.

После этого была выполнена проверка соответствия выражения (12) по методике СП 63.13.330.2012, где ползучесть учитывается в расчете снижением модуля упругости бетона. Для бетона класса В25 при длительном действии нагрузки разница с результатами СП составила 8% при использовании уравнения (6); при использовании уравнения (7) разница составила 35%; при использовании выражения (8) были получены погрешности до 5 раз.

Таким образом, полученные данные приводят к выводу, что использование ядра релаксации,

удовлетворяющего уравнению (8), может давать большие погрешности. Поэтому связь между ядрами L и R следует принять по предлагаемой зависимости (12). Также из соотношения (12) следует важный вывод, что ядро релаксации не является универсальной характеристикой материала, независящей от истории его нагружения. Строго говоря, точное выражение для ядра будет справедливым только для одного вполне определённого изменения нагрузки во времени. В остальных случаях его следует рассматривать как приближённое. Ещё одним важным выводом является то, что в соответствии с теорией интегральных уравнений выявленные погрешности не позволяют считать выражение (7) точным решением уравнения ползучести (6). Точным это решение будет лишь в отдельных случаях, а в остальных его следует рассматривать как приближённое.

Распространение уравнений теории ползучести бетона на железобетон с трещинами, работающий в составе реальной конструкции, представляет собой сложную задачу [5]. Для решения её были использованы следующие предпосылки.

- Бетон и арматура работают в соответствии с кусочно-линейными зависимостями « σ - ε », предписываемыми Сводом правил.

- Реальный материал (железобетон с трещинами) заменяется расчётным материалом, являющимся однородным, одинаково работающим при растяжении и сжатии, обладающим свойством ползучести и имеющим нелинейную зависимость « σ - ε ».

- Зависимость кривизны оси железобетонного стержневого элемента от величины изгибающего момента в данном сечении с достаточной степенью точности можно представить в виде кусочно-линейной функции как при длительных нагрузках, так и при кратковременных.

- В пределах каждого линейного отрезка такой кусочно-линейной функции материал описывается уравнением вида (7) или (14), которое используется в качестве физической зависимости при выводе уравнения изгиба, причём в пределах каждого линейного отрезка указанной зависимости между кривизной и моментом или между напряжениями и относительными деформациями постоянные коэффициенты A , B , σ_{01} будут иметь свои значения, отличающиеся от значений в пределах других отрезков.

Неизвестные значения постоянных коэффициентов определяются по данным нормативных документов для длительных и кратковременных нагрузок.

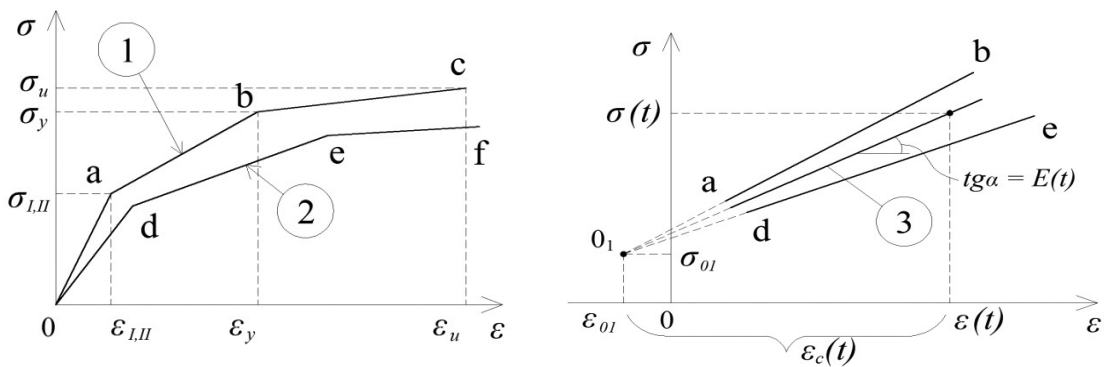


Рис. 3. Зависимость σ - ε и её фрагмент.

В качестве исходной физической зависимости воспользуемся уравнением для упруго-ползучего тела вида (7) и перепишем его в виде

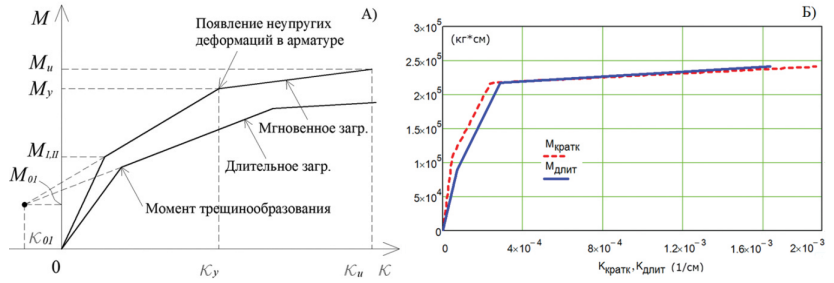


Рис. 4. Кусочно-линейный закон деформирования железобетонного стержня: А — теоретическая зависимость; Б — зависимость для конкретной колонны

$$\sigma(t) = E(t)\varepsilon(t) - E(t) \int_{t_0}^t \varepsilon(\tau)R(t, \tau)d\tau \quad (13)$$

Для нагрузки промежуточной длительности уравнение прямой 3 на рис. 3 может быть записано как $AE(t)\varepsilon_c(t) + \sigma_{01}$, где $\varepsilon(t) = \varepsilon_c(t) + \varepsilon_{01}$, где $\varepsilon_c(t)$ — относительная деформация, отсчитываемая от точки 0_1 ; ε_{01} — отрицательная величина; A — постоянная, зависит от армирования элемента из бетона с начальным модулем $E(t)$. Тогда выражение (13) примет вид

$$\sigma(t) = AE(t)(\varepsilon(t) - \varepsilon_{01}) + \sigma_{01} - BE(t) \int_{t_0}^t \varepsilon(\tau)R(t, \tau)d\tau \quad (14)$$

В этом выражении B — постоянная, позволяющая учесть отличия в развитии релаксации напряжений в бетоне и в железобетоне, причем величины A и B будут различными на разных интервалах зависимости на рис. 2.

Вывод уравнения изгиба выполняется по правилам строительной механики [5]: записываются уравнения равновесия внешних и внутренних сил и моментов в сечении, затем в эти уравнения подставляется выражение для напряжения (14), осуществляется переход от деформаций к кривизне, далее используется дифференциальная зависимость между прогибом и кривизной. После преобразований уравнение принимает для симметричного сечения вид

$$AE(t)(\kappa_{01} - \kappa(t))(J - y_0(t)S) - M_{01} + BE(t) \int_{t_0}^t \kappa(\tau)(J - y_0(\tau)S)R(t, \tau)d\tau = -M \quad (15)$$

При условии, что продольная ось проходит через центр тяжести сечения, то выражение (15) принимает вид:

$$AE(t)J(\kappa_{01} - \kappa(t)) - M_{01} + BE(t)J \int_{t_0}^t \kappa(\tau)R(t, \tau)d\tau = -M \quad (16)$$

В уравнениях (15), (16) произведение $AE(t)$ представляет собой касательный модуль упругости приведенного материала для данного участка диаграммы деформирования. Величина $(\kappa(t) - \kappa_{01})$ задает сдвиг координат по горизонтальной оси. Величины A и B определяются из условия удовлетворения опытным данным или результатам расчета M и κ по методике СП для кратковременной или длительной нагрузки на каждом кусочно-линейном отрезке.

Если в уравнении (16) заменить кривизну второй производной прогиба и дважды продифференцировать получившееся уравнение по x , а в величине изгибающего момента выделить составляющую от продольных и поперечных сил, записанных в виде $M(x, t) = M_q(x, t) + Nv(x, t)$, то получим

$$A \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} - B \int_{t_0}^t \frac{\partial^4 v(x, \tau)}{\partial x^4} R(t, \tau) d\tau - \frac{N}{E(t)J} \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{E(t)J} \frac{\partial^2}{\partial x^2} M_q(x, t). \quad (17)$$

Уравнения (16) и (17) были использованы для численных исследований деформирования опытных образцов железобетонных колонн и балок, испытанных в разное время разными специалистами. Сравнение с опытными данными подтвердило высокую точность разработанного метода.

Большой раздел проведённых теоретических исследований был посвящён устойчивости железобетонных конструкций при наличии ползучести и трещинообразования [4], [6], [7], [10]. Одним из наиболее существенных результатов в этой работе явилась разработка новой концепции устойчивости. Современные постановки задачи устойчивости чрезмерно формальны. Это приводит к непониманию сути явления специалистами разных областей, в том числе специалистами в области строительной механики и в области железобетона. В свою очередь, непонимание сути явления привело и приводит к ошибкам в проектировании. В отношении железобетона формулировка задачи устойчивости осложняется нелинейной зависимостью между напряжениями и относительными деформациями в материале, а также явлением ползучести. В этих условиях некоторые предпосылки и приёмы из классической теории устойчивости не могут быть применены непосредственно. Поэтому была сформулирована концепция устойчивости не математически и не с энергетической позиции, а исходя из принципа равновесия усилий в сечении элемента [4]. Это позволяет прояснить суть протекающего процесса в железобетонной конструкции и объяснить некоторые расчётные положения, труднообъяснимые с позиции классической теории.

Предложенная постановка задачи может быть сформулирована следующим образом:

Конструкция является устойчивой при продольном изгибе, когда в процессе приращения поперечных деформаций под воздействием влияния поперечных усилий или возмущающих воздействий приращение внутренних усилий происходит таким образом, что уравнивает приращение усилий от внешней нагрузки (продольной и поперечной). Если скорость роста внутренних усилий отстает от скорости роста усилий от внешних воздействий, то конструкция неустойчива.

Предложенная постановка задачи устойчивости названа инженерной, она полностью согласуется с известными постановками как в принципиальном отношении, так и математически и справедлива как для конструкций из линейных материалов, так и из нелинейных. В отношении деформирования железобетонного элемента она позволяет проследить влияние ползучести на устойчивость, а также строго обоснованно получить из уравнения деформирования (17) уравнение устойчивости

$$AE(t)J \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} - BE(t)J \int_{t_0}^t \frac{\partial^4 v(x,\tau)}{\partial x^4} R(t,\tau) - N(t) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (18)$$

Общее решение уравнения (18) было построено в виде

$$v(x,t) = F_0(t) + F_1(t)x + F_2(t) \sin \frac{n\pi x}{l} + F_3(t) \cos \frac{n\pi x}{l} \quad (19)$$

Функции l , x , $\sin(n\pi x/l)$, $\cos(n\pi x/l)$ определяют форму изгиба стержня при потере устойчивости, а функции $F_i(t)$ определяют изменения этой формы во времени.

Рассмотрим решение задачи устойчивости на примере стержня с шарнирными граничными условиями; тогда

$$v(x,t) = F(t) \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (20)$$

Подставляем решение (19) в уравнение (18) и делим его на $\sin(n\pi x/l)$:

$$A \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 F(t) - B \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 \int_{t_0}^t F(\tau) R(t,\tau) d\tau + \frac{N(t)}{E(t)J} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 F(t) = 0 \quad (21)$$

Обозначим Эйлерову критическую силу как $|N_3| = (E(t)J(n\pi)^2)/l^2$ и получим из уравнения (21) выражение для критической силы

$$N = N_3(t) \left[A - B \frac{1}{F(t)} t \int_{t_0}^t F(\tau) R(t, \tau) dt \right] \quad (22)$$

В формуле для Эйлеровой критической силы левая часть принята по абсолютному значению, так как сжимающие силы были приняты отрицательными. В качестве модуля упругости (в величине N_3) принимается начальный модуль упругости бетона в возрасте t .

Формула (22) отличается простотой и имеет ясный физический смысл.

Были проведены численные исследования предложенных выражений [7] и выполнено сравнение результатов с опытными данными. В качестве экспериментальных данных использовались результаты длительных испытаний гибких колонн, приведенные в докторской диссертации Е.А. Чистякова. При этом получено хорошее совпадение результатов. Также был выявлен интересный факт: один из образцов, который, как считалось ранее, разрушился из-за недостатка длительной прочности, в действительности разрушился вследствие потери устойчивости, причём хорошее совпадение было получено как по величине критической силы, так и по времени наступления потери устойчивости.

Подводя итог проведённых исследований, можно выделить наиболее существенные достижения.

1. Выполнены исследования точности выражения меры ползучести бетона, широко применяемого на практике; предложено уточнение, повышающее его точность.
2. Предложен более точный способ построения ядра релаксации через ядро ползучести и меру ползучести, удовлетворяющий основным уравнениям теории ползучести.
3. Выполнен вывод уравнения изгиба стержня под воздействием продольных и поперечных нагрузок с учетом ползучести материала и трещинообразования для нагрузки, изменяющейся во времени произвольным образом. Получено инженерное решение предложенного уравнения изгиба.
4. Предложена новая – инженерная – постановка задачи устойчивости. Такая постановка задачи не противоречит классическим постановкам, но позволяет лучше учесть особенности работы конструкций из нелинейного ползучего материала.
5. Получено решение задачи устойчивости железобетонного стержня с учетом ползучести бетона и трещинообразования.

В настоящее время проводятся широкие экспериментальные исследования ползучести бетонных образцов при 3-осном сжатии. Исследования ещё не завершены. Но в рамках данной работы уже подготовлена новая методика создания 3-осного сжатия. Первые результаты, полученные в этих испытаниях, оказались новыми и даже неожиданными, хотя их еще предстоит детально обработать.

Библиографический список

1. *Александровский С.В.* Ползучесть и усадка бетона и железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1976.
2. *Александровский С.В.* Экспериментальные исследования ползучести бетона и железобетонных конструкций / С.В. Александровский, П.И. Васильев. – М.: Стройиздат, 1976. — С. 90-152.
3. *Арутюнян Н.Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. – М.: Гостехиздат, 1952.
4. *Крылов С.Б.* Новая постановка задачи устойчивости / С.Б. Крылов, П.Д. Арленинов // Бетон и

железобетон. — 2007. — №5. — С. 23-25.

5. *Крылов С.Б.* Уравнение изгиба стержня при кусочно-линейном законе деформирования ползучего материала / С.Б. Крылов, П.Д. Арленинов // *Строительная механика и расчет сооружений.* — 2013. — №3. — С. 6-9.

6. *Крылов С.Б.* Инженерный подход к решению задачи об изгибе упруго-ползучего стержня / С.Б. Крылов, П.Д. Арленинов // *Строительная механика и расчет сооружений.* — 2013. — №2. — С. 9-11.

7. *Арленинов П.Д.* Численное исследование влияния ползучести на критическую силу в сжато-изогнутых элементах. / Челябинск, ЮУрГУ: IV Международный симпозиум «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений». Сб. тезисов APSCE – 2012. — С.135-136.

8. *Крылов С.Б.* Совершенствование существующих математических выражений для характеристик ползучести / С.Б. Крылов, П.Д. Арленинов / Санкт Петербург: Международная конференция «Проблемы долговечности зданий и сооружений в современном строительстве». Сборник трудов МКДЗК-07 – 2007.

9. *Крылов С.Б.* Проверка совместимости уравнений линейной теории ползучести и предложение ряда более точных зависимостей / С.Б. Крылов, П.Д. Арленинов // Москва. ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко: Международная конференция «Актуальные проблемы исследований по теории расчета сооружений». Сборник научных статей в двух частях. Часть 2 – 2009. — С. 245-252.

10. *Крылов С.Б.* Критическая сила для железобетонных стержневых элементов / С.Б. Крылов, П.Д. Арленинов // *Academia. Архитектура и строительство.* – 2012. — №2. — С. 136-138.

11. *Прокопович И.Е.* Основы прикладной линейной теории ползучести. Киев: Вища школа, 1978.

12. Рекомендации по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1988. — С. 5-15.

Авторы:

Сергей Борисович КРЫЛОВ, д-р техн. наук, член-корреспондент РААСН, заместитель заведующего лабораторией инженерных методов исследования железобетонных конструкций НИИЖБ им. А.А Гвоздева АО «НИЦ «Строительство, Москва

Sergey KRYLOV, Doctor of Engineering, corresponding member of RAASN, Deputy Head of the laboratory of engineering research methods of reinforced concrete structures of NIIZHB named after A.A. Gvozdev JSC Research Center of Construction, Moscow

e-mail: niizhb_lab8@mail.ru

тел.: +7 (499) 174-74-07

Пётр Дмитриевич АРЛЕНИНОВ, канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник лаборатории инженерных методов исследования железобетонных конструкций НИИЖБ им. А.А Гвоздева АО «НИЦ «Строительство, Москва

Peter ARLENINOV, Ph.D. in Engineering, Leading Researcher laboratory of engineering research methods of reinforced concrete structures of NIIZHB named after A. A. Gvozdev JSC Research Center of Construction, Moscow

e-mail: niizhb_lab8@mail.ru

тел.: +7 (499) 174-74-07