

[https://doi.org/10.37538/2224-9494-2020-2\(25\)-117-126](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2020-2(25)-117-126)
УДК 624.042

ТЕОРИЯ СЛОЖНЫХ НАПРЯЖЕННЫХ СОСТОЯНИЙ В НОРМАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

THEORY OF COMPLEX STRESSED STATES IN DESIGN STANDARDS

К. П. ПЯТИКРЕСТОВСКИЙ, д-р техн. наук

Анализ работы натуральных конструкций куполов из клееной древесины и многочисленные предварительные расчеты показали возможность экономии материалов за счет уменьшения высоты сечения меридиональных ребер. Особенно это эффективно при включении при проектировании обшивок, играющих роль ограждающих конструкций, в совместную работу с элементами каркаса (кольцевыми и меридиональными ребрами). Многократная статическая неопределимость такой конструкции допускает нелинейную её работу и перераспределение усилий в случае неравномерных нагрузок. При этом обшивки воспринимают значительную часть усилий, возникающих в оболочке, а ребра оказываются недогруженными. Выполнены численные расчеты оболочки в режиме реального времени при ступенчато изменяющейся односторонней (на половине покрытия) нагрузке с учетом сезонных её колебаний в течение 5,4 лет. Исследовано напряженно-деформированное состояние всех элементов. Для анализа работы каркаса расчет выполняется методом интегрального модуля, позволяющего контролировать силовое сопротивление конструкции в любой момент её эксплуатации. Разработаны рекомендации по назначению размеров сечений оболочки при проектировании.

The analysis of the work of natural structures of the domes from laminated wood and numerous preliminary calculations have shown the possibility of saving materials by reducing the height of a cross-section of meridional ribs. It is especially effective while designing the cladding as enclosing structures in collaboration with the elements of the frame (ring and meridional edges). Multiple static indeterminacy of such structure allows its non-linear work and the redistribution of efforts under uneven loads. In this case, the sheetings take a significant part of efforts that occur in the shell, and the edges are underloaded. Numerical computer calculations in real-time mode at a step-changing unilateral load are carried out taking into account its seasonal variations during 5.4 years. The VAT of all elements is investigated. For the analysis of the frame, the calculation is performed by the method of an integral module, which allows controlling the strength resistance of the structure at any time of its operation.

Ключевые слова:

Купол из клееной древесины, метод интегрального модуля, пластические деформации, рациональные размеры сечений элементов, сложное напряженное состояние, численные расчеты

Key words:

Complex stress state, integral module method, laminated wood domes, numerical calculations, plastic deformation, rational dimensions of cross sections of elements

В течение двух последних десятилетий сформировалось производство крупных клееных деревянных конструкций, благодаря которому стало возможным проектирование и строительство большепролетных зданий и сооружений, в частности, куполов. Число таких зданий уже исчисляется многими сотнями [1]. Идет отработка всех этапов строительства, изучение возможностей новых типов соединений, защиты элементов конструкций от повреждений и др.

Конструкции куполов диаметром до 100 м, как правило, образуются из каркаса в виде арок, брусев и элементов ограждения – плит или настилов. При этом плиты и настилы закрепляются к каркасу и в дальнейшем вовлекаются в совместную работу с ним. Однако по ряду причин эта совместная работа при проектировании пока не учитывается, и часть силового сопротивления системы теряется. В куполах основные ребра каркаса – меридиональные – по устоявшейся традиции принимаются высотой сечения $1/40$ пролета и при проектировании с учетом работы плит, заполняющих ячейки между ребрами, остаются недогруженными. В [2] показано, что меридиональные ребра конического купола могут иметь высоту сечения $1/70$ пролета, что приводит к экономии материалов ребер до 25%. При проектировании и строительстве крытого катка в Москве ребра между диафрагмами коротких цилиндрических оболочек выполнены при высоте сечения $1/52,5$ пролета, равного 42 м. Объект успешно эксплуатируется в течение 38 лет (это был первый, опытный образец [3]). Эксперименты на моделях и расчет методом интегрального модуля деформаций [3] показали, что при длительных нагрузках можно допускать пластические деформации ползучести. В предлагаемой работе выполнены численные исследования купола диаметром 60 м при высоте сечения ребер $1/60$ пролета вместо $1/40$ при длительных нагрузках, до 50 лет. Учитывалось снижение нагрузок в отсутствие снега в летнее время. Согласно нашим более ранним публикациям нелинейный расчет определяет силовое сопротивление конструкции с учетом линейной ползучести (первая стадия по А.Р. Ржаницыну) и установившейся (вторая стадия) [3].

Методика нелинейного расчета плоскостного каркаса из клееной древесины совместно с тонкими обшивками подробно опубликована в многочисленных статьях применительно к различным расчетным ситуациям в процессе её отработки, а также в монографии [3].

В основу методики расчета положен метод интегрального модуля деформаций, разработанный В.М. Бондаренко применительно к железобетонным конструкциям, и приспособлен нами к расчету деревянных конструкций. С учетом специфики свойств и работы древесины в конструкции разработанная методика отличается оригинальностью и может рассматриваться как новая теория.

Применение этого метода позволяет путем итерационного процесса проследить изменение НДС конструкций при нелинейном и неравновесном длительном деформировании,

учесть процесс перераспределения усилий как в отдельных поперечных сечениях, так и по длине элементов. Этот метод даёт возможность линеаризовать процесс расчета и применять на каждом этапе последовательных приближений теорему Бетти о взаимности работ, теоремы Максвелла о взаимности перемещений, формулы Мора для перемещений.

При этом линеаризация сохраняет связь характеристик жесткости с уровнем нагружения. Временная фиксация учитывает влияние режима и длительности нагружения.

Диаграмма работы древесины, полученная экспериментально, показана на рис. 1.

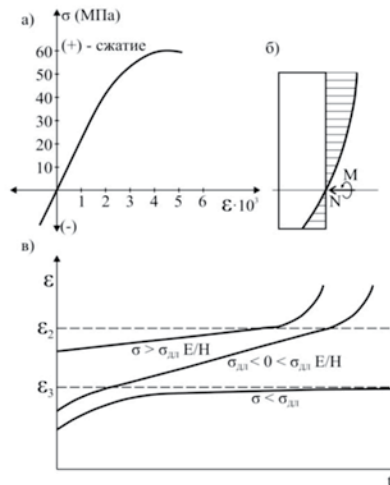


Рис.1. Диаграмма деформирования древесины: а – при сжатии-растяжении; б – при кратковременном изгибе; в – деформирование при длительном действии постоянной нагрузки

В качестве аппроксимирующей функции для нелинейного соотношения $\sigma = f(\epsilon)$ принято уравнение

$$\sigma = E_o \epsilon - \frac{E_o^2}{4\sigma_{nn}} \epsilon^2, \quad (1)$$

где σ — нормальное напряжение

E_o — начальный модуль деформаций

ϵ — относительные деформации

σ_{nn} — напряжение, соответствующее пределу прочности

Уравнения механического состояния составляются применительно к трем стадиям ползучести согласно А.Р. Ржаницыну [4].

Многочисленные расчеты показали, что в диапазоне расчетных напряжений конструкции, как правило, работают в первой стадии — линейной ползучести, хотя допущение не уменьшает общность решения, и легко возможен переход во вторую стадию — установившейся ползучести, имеются время перехода и уравнение механического состояния для этого случая.

В методе интегральных оценок процесс последовательных приближений является способом интегрального уточнения внутренних усилий и напряжений, трансформирующихся

во времени вследствие их перераспределения с более нагруженных участков на менее нагруженные.

В статически неопределимых конструкциях, у которых распределение усилий обусловлено характером изменения жесткости, помимо процесса внутренних итераций, требуемого для уточнения жесткостей, необходим сочетающийся с ним процесс внешних итераций, уточняющий по данным жесткостям закон распределения усилий. Сочетание процессов внутренних и внешних итераций в решении задачи о напряженном и деформированном состояниях заключается в следующем:

1) в обычной упруго-линейной постановке рассчитывается заданная статически неопределимая система и строятся эпюры внутренних усилий (нулевое приближение);

2) назначаются сечения, в которых по данным об усилиях нулевого приближения уточняются расчетные жесткости (снижается модуль деформаций);

3) по новому закону распределения жесткостей повторяется статический расчет системы с учетом переменности вдоль пролетов расчетных жесткостей. Этим уточняются эпюры распределения усилий вдоль осей системы (первое приближение);

4) по усилиям первого приближения вновь уточняются расчетные жесткости, а по ним находятся эпюры усилий во втором приближении, и т.д. до стабильной сходимости с заданной степенью точности.

Для учета переменности жесткостей стержней каждый элемент статически неопределимой системы делится на несколько участков, в пределах которых жесткость считается постоянной, и равной среднему значению жесткости граничных зон участка. Приведенный модуль деформаций определяется как среднеарифметическое нескольких промежуточных участков.

Изменения внешней нагрузки во времени при расчете приводятся к ступенчатой схеме таким образом, что в пределах каждого из интервалов нагрузка и все характеристики НДС считаются постоянными. Это же относится к изменчивости физико-механических свойств материалов.

В стадии нелинейной ползучести вместо решения дифференциального уравнения А.Р. Ржаницына принята эмпирическая зависимость Ю.М. Иванова

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0)(1 + bt^{0,21}), \quad (2)$$

$$\text{где } b = \frac{10^{-2}}{0,735 - 0,02086 W}, \quad (3)$$

W – влажность древесины, %.

С учетом этого уравнение длительного деформирования древесины в условиях, когда $\sigma < \sigma_{\text{дл}}$, (см. рис. 1) при ступенчатом изменении напряжений можно записать в виде

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0)(1 + b(t - t_0)^{0,21}) + \sum_{i=1}^k \frac{\Delta \sigma_i}{E_0 - \frac{E_0^2}{4\sigma_{\text{пл}}} \varepsilon_{i-1}^a} (1 + b(t - t_i)^{0,21}) \quad (4)$$

$$\text{где} \quad \varepsilon_{i-1}^a = \varepsilon(t_0) + \sum_{i=1}^k \frac{\Delta \sigma_i}{E_0 - \frac{E_0^2}{4\sigma_{\text{III}}}(\varepsilon_{i-2}^a + \Delta \varepsilon_{i-1}^a)} \quad (5)$$

ε_{i-1}^a — суммарное значение мгновенных (кратковременных) приращений относительных деформаций.

Уравнение (3) учитывает влияние влажности W , однако в форме записи (4) подразумевается постоянство влажности при всех этапах деформирования.

Оценивая реальную деформативность элементов и вместе с тем не оперируя различными модулями деформаций в каждом дискретном слое, можно записать отклонение значений реальных деформаций ε и деформаций $\varepsilon_{\text{ин}}$, определенных с помощью $\varepsilon_{\text{ин}}(x, t)$. Суть интегральной оценки состоит в минимизации отклонения, которая осуществляется для сечения в целом, и после выполнения ряда преобразований выражения для искомого модуля деформаций получается следующее соотношение для первой стадии деформирования (линейная ползучесть):

$$E_{\text{ин}}(x, t) = \Phi(\varepsilon_{\text{ф}}^A, \vartheta, a) \frac{E_0 - \frac{E_0^2 \varepsilon_{\text{ф}}^A}{4\sigma_{\text{III}}}}{1 + bt^{0,21}} \left[1 + \sum_{i=1}^k \frac{\Delta \sigma_i (1 + b(t - t_i)^{0,21})}{4\sigma_{\text{III}} (1 - \frac{E_0}{4\sigma_{\text{III}}} \varepsilon_{i-1}^a)^2 (1 + \vartheta t^{0,21})} \right]^{-1}, \quad (6)$$

$$\text{где} \quad \Phi(\varepsilon_{\text{ф}}^A, \vartheta, a) = \frac{1}{1 - \frac{E_0}{4\sigma_{\text{III}}} \varepsilon_{\text{ф}}^A} \cdot \frac{1 + \left(\frac{\vartheta}{a}\right)^3 - 100 \varepsilon_{\text{ф}}^A \left(1 - \left(\frac{\vartheta}{a}\right)^4\right)}{1 + \left(\frac{\vartheta}{a}\right)^3 - 50 \varepsilon_{\text{ф}}^A \left(1 - \left(\frac{\vartheta}{a}\right)^4\right)}, \quad (7)$$

$\varepsilon_{\text{ф}}^A$ — фибровая (наибольшая) относительная деформация на этапе нагружения; $\Delta \sigma_i$ — приращение напряжений на этапе нагружения; b — коэффициент, учитывающий изменение влажности древесины (в случае необходимости); a и ϑ — соответственно расстояния от нейтральной оси внецентренно сжатого элемента до его верхней и нижней граней; ε_{i-1}^a — суммарное значение мгновенных (кратковременных) приращений относительных деформаций; σ_{III} — кратковременный предел прочности древесины; $\sigma_{\text{III}} = 55,0$ МПа.

Для проверки принятых расчетных положений были проведены экспериментальные исследования основных типов оболочек покрытий зданий, а также конструкций инженерных сооружений и жилых домов при несимметричных нагрузках, когда наиболее отчетливо проявляются перераспределение усилий и нелинейные деформации, в том числе при запроектных нагрузках.

Схема ребристо-кольцевого купола показана на рис. 2. Диаметр купола 60 м, высота 20 м. Ребра из клееной древесины меридиональные располагаются с шагом 3,926 м по железобетонному опорному кольцу. В вершине купола ребра крепятся к металлическому фонарному кольцу. Ребра через одно приняты укороченными вследствие уменьшения напряжений из-за сгущения ребер. Высота ребер принята равной 1/60 диаметра, т.е. 1000 мм, ширина 140 мм.

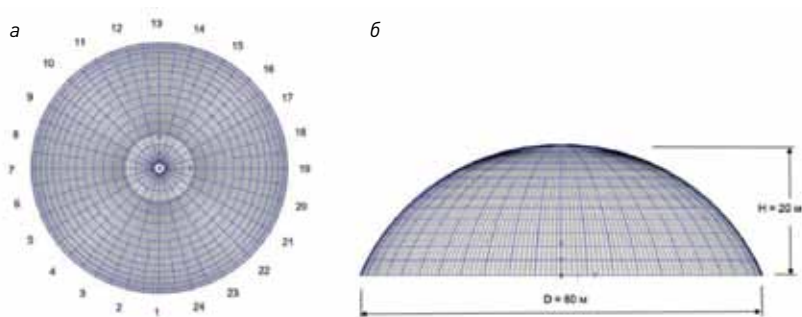


Рис.2. Схема ребристо-кольцевого купола: а – план; б – фасад

Кольцевые ребра сечением $b \times h$ 140×200 мм располагаются с шагом 2,464 м ортогонально к меридиональным ребрам.

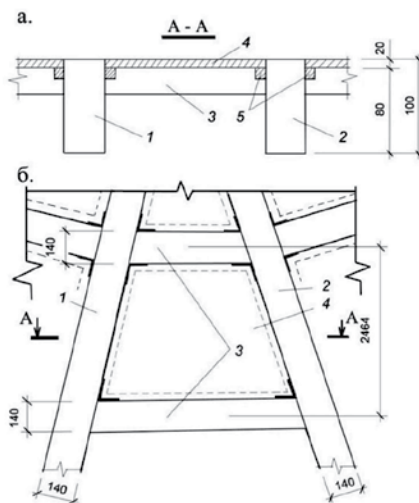


Рис.3. Схема опирания плит на каркас купола: а – разрез; б – план

Ячейки между ребрами заполняются дощато-гвоздевыми плитами с опиранием на черепные бруски. В угловых зонах зазоры между плитами и ребрами заполняются полимерцементным раствором (рис. 3). Плиты заполнения ячеек выполняются из двух слоев досок толщиной 15 мм. При этом оказалось возможным обеспечить приведенную к сплошной толщину плит, равную 40 мм. Расчеты выполняли также и для приведенной толщины плит 20 мм.

Расчеты конструкций в режиме реального времени выполнены методом конечных элементов с использованием программного комплекса MicroFe с контролем НДС обшивок при помощи критериев прочности Г.А. Гениева.

Программа нагружения при численных расчетах показана на рис. 4. Нагрузка принята равномерно распределенной на левой половине купола (см. рис. 2). Режим приложения нагрузок, в основном, по возможности отражает сезонные изменения снеговой нагрузки и возможность неравномерного её распределения по поверхности.

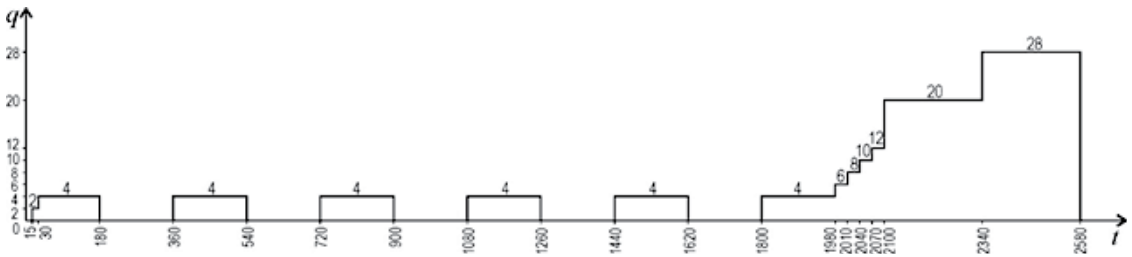


Рис.4. Режим приложения нагрузок

Обработка результатов численных расчетов проводилась в соответствии с программой выявления влияния нелинейности деформаций, вызванных длительным действием нагрузки, сезонным изменением интенсивности нагрузки, выявлением особенностей совместной работы каркаса и заполнения его ячеек, особенностей перераспределения усилий при неравномерных нагрузках.

Основными характеристиками, принятыми при обработке результатов, являются меридиональные и кольцевые усилия в элементах каркаса, сдвигающие усилия и напряжения в обшивках, прогибы всей конструкции и изменения модулей деформации в зависимости от величины и времени действия нагрузок.

Характеристики НДС определялись последовательно при 39 этапах нагружения. Максимальное время приложения сезонных нагрузок принято равным 1980 сут., или 5,42 года. Далее нагрузка принималась ступенчато возрастающей для оценки возможностей запроектных условий работы конструкции.

Исследовано поведение купола при односторонней нагрузке с интенсивностью, изменяющейся во времени. Имитировали отсутствие снеговой нагрузки в летний период, а в зимний период принимали её интенсивность несколько завышенной по отношению к средней полосе европейской части России. Расчет методом интегрального модуля деформаций позволяет определять силовое сопротивление конструкций в любой момент её эксплуатации при произвольно меняющейся нагрузке.

Особое внимание уделено эффективности совместной работы каркаса из клееной древесины и обшивок из деревянных панелей.

Основные показатели, по которым осуществляется анализ НДС исследуемой конструкции, следующие: величина прикладываемых нагрузок по этапам и продолжительность выдержки конструкции под этой нагрузкой, напряжения в меридиональных ребрах, касательные напряжения в примыканиях элементов обшивки к ребрам, максимальные прогибы и величина интегрального модуля деформаций ребер, который изменяется в зависимости от величины напряжения.

Выяснилось, что при приведенной толщине обшивки, равной 40 мм, силовое сопротивление оболочки очень велико, и даже при максимальной нагрузке, превышающей расчетную – 3,2 кПа – в 10 раз, напряжения в сечениях меридиональных ребер не достигли расчетной величины. Максимальное напряжение при нагрузке 36 кПа составило 10,67 МПа, что меньше расчетного значения 13 МПа.

Аналогично прогибы на протяжении всего процесса нагружения 7,07 года изменяются несколькими миллиметрами и при рассматриваемой максимальной нагрузке составили

лишь 55,26 мм, т.е. 1/1086 диаметра купола. При нагрузке же 4 кПа величина прогиба составила 6,35 мм, причем при выдержке оболочки под этой нагрузкой в течение 1440 суток (почти 4 года) она возросла до 6,62 мм (или 1/9050 диаметра D), т.е. на 0,28 мм. Аналогично и максимальная величина нормальных и касательных напряжений за этот срок практически не изменилась.

Меридиональные ребра каркаса принимали уменьшенной высоты сечения до 1/60 пролета. Максимальное нормальное напряжение в приопорной части меридиональных ребер – $172,5 \text{ кН/м}^2 \approx 0,2 \text{ МПа}$.

Невольно приходит мысль, что оболочка толщиной 40 мм почти совсем не требует наличия ребер (устойчивость здесь не рассматривается). В то же время следует отметить, что величина интегрального модуля деформаций при нагрузке 4 кПа уменьшилась с $1,4 \cdot 10^4$ до $1,35 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ — на 3,3%.

Для сравнения были взяты данные численного эксперимента этой оболочки с толщиной обшивки 20 мм при нагрузке 3,2 кПа. В результате выдержки оболочки в течение 50 лет прогиб оболочки увеличился с 13,3 до 14,9 мм (до 1/4027 диаметра). Напряжения в меридиональных ребрах увеличились с 1,53 МПа до 1,6 МПа (на 4,1%). Абсолютная величина напряжений меньше расчетного сопротивления 13 МПа. Сдвигающие напряжения от выдержки под нагрузкой не увеличились (подробно аспекты изменения сдвигающих напряжений будут рассмотрены в отдельной статье).

Падение модуля деформаций за 2 года: $14399/13186 = 1,09$ раза, т.е. меньше, чем на 10%.

Расчет каркаса из ребер купола без обшивки показал, что при той же нагрузке 3,2 кПа прогиб в середине загруженной части составил 293 мм, что составляет 1/205 диаметра, а максимальные напряжения оказались равными 10,95 МПа, т.е. довольно близко к расчетному сопротивлению 13,0 МПа. Отметим, что эти результаты получены при относительной высоте сечения ребер $h/D = 1/60$, т.е. уменьшенной относительно рекомендуемой нормами для плоскостных конструкций, равной 1/40 диаметра.

Выгиб ребра с противоположной стороны составил 1/206 D , т.е. практически одинаковый с прогибом, и для плоскостной конструкции (балок чердачных перекрытий и прогонов, стропильных ног) находится в допустимых пределах (менее 1/200 D). Однако для балок и ферм покрытий нормами прогиб ограничивается 1/300 D .

Максимальный момент $M_s = 309,386 \text{ кНм}$, соответствующая продольная сила в приопорной зоне $N = 333,3 \text{ кН}$ при сечении $b \times h = 0,2 \times 1 \text{ м}$

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} = \frac{33333}{200} + \frac{3094000}{33333} = 10,95 \text{ МПа} < R_u = 13,0 \text{ МПа},$$

т.е. довольно близко к расчетному сопротивлению, но следует учитывать, что это для $h/D = 1/60 < 1/40$, что уже свидетельствует о пространственной работе каркаса купола.

Выводы

Совместная работа ребер каркаса куполов с элементами заполнения ячеек между ними оказывает большое влияние на повышение силового сопротивления конструкции в целом.

Нелинейные расчеты с применением метода интегральных оценок позволяют анализировать силовое сопротивление сложных современных деревянных и, возможно, других комплексных конструкций с учетом длительного нагружения любыми неравномерными нагрузками во времени и по величине.

Выполнены расчеты куполов с уменьшенной высотой сечения ребер на 20% по сравнению с принятыми устоявшимися рекомендациями по проектированию. Проанализировано состояние конструкции и её силовое сопротивление в различных условиях нагружения и с различной жесткостью панелей заполнения ячеек.

Обоснована возможность уменьшения высоты сечения меридиональных ребер, а в дальнейшем исследовать и другие возможности экономии материалов этих распространенных конструкций.

Проверена возможность восприятия каркасом с уменьшенными сечениями ребер нагрузок в монтажном состоянии и установлена допустимость восприятия этих нагрузок.

В целом применяемая новая эффективная методика расчета и рекомендации по проектированию могут обеспечить экономию материалов на покрытие до 25%.

Таким образом, несмотря на имеющийся эффективный математический аппарат расчета конструкций с учетом нелинейной работы древесины, в нормах нет рекомендаций по его применению и нет указаний на необходимость конструирования с учетом совместной работы элементов для обеспечения конструктивной безопасности сооружений при одновременном снижении расхода материалов.

В статье кратко изложена идеология новых расчетов в развитие разработанной в конце XX и начале XXI вв. теории нелинейных методов механики в проектировании современных деревянных конструкций.

Автор выражает глубокую благодарность заведующему лабораторией тонкостенных и пространственных конструкций, кандидату технических наук Борису Сергеевичу Соколову, выполнившему расчеты на ЭВМ.

Библиографический список

1. Турковский С.Б., Погорельцев А.А., Преображенская И.П. Клееные деревянные конструкции с узлами на клеенных стержнях в современном строительстве (система ЦНИИСК). — М.: РИФ «Стройматериалы», 2013. 308 с.
2. Пятикрестовский К.П. К вопросу о проектировании большепролетных куполов с применением клееной древесины. / В кн.: Пространственные конструкции здания сооружений. Вып. 5. М.: Стройиздат. 1986.
3. Пятикрестовский К.П. Нелинейные методы механики в проектировании современных деревянных конструкций. — М.: МГСУ, 2014. 320 с.
4. Ржаницын А.Р. Теоретические предпосылки к построению методов расчета деревянных конструкций во времени. / В кн.: Исследования прочности и деформативности древесины. — М., Госстройиздат, 1956. С. 21-31.
5. Бондаренко В.М., Бондаренко С.В. Инженерные методы нелинейной теории железобетона. — М.: Стройиздат, 1982 — 287 с.

6. *Иванов Ю.М.* Длительная несущая способность деревянных конструкций. // Изв. вузов. Строительство и архитектура, 1972. № 11. С. 6-12.

7. *Гениев Г.А., Пятикрестовский К.П.* Вопросы длительной и динамической прочности анизотропных конструкционных материалов. М.: ГУП ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 2000. 38 с.

8. *Пятикрестовский К.П., Соколов Б.С.* Резервы экономии материалов в большепролетных конструкциях из клееной древесины / Строительная наука – XXI век: теория, образование, практика, инновации Северо-арктическому региону (Посвящается 80-летию образования Архангельской области). Сборник трудов междунар. научно-техн. конф., г. Архангельск, 28-30 июня 2017 г. – СПб: Изд-во ООО «Свое издательство», 2017. С. 201-206.

Автор

Константин Пантелеевич ПЯТИКРЕСТОВСКИЙ, д-р техн. наук, главный научный сотрудник ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко АО «НИЦ «Строительство», Москва

Konstantin PYATIKRESTOVSKY, D. Sci (Engineering), Chief researcher of TSNIISK named after V. A. Koucherenko, JSC Research Center of Construction, Moscow

e-mail: stroymex@list.ru

тел.: +7 (499) 170-10-81; +7 (499) 170-15-48