

КВАЗИОРТОТРОПНАЯ ДЕФОРМАЦИОННАЯ ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ КАМЕННЫХ КЛАДОК ПРИ ПЛОСКОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

М.Л. ПОЗДЕЕВ^{1,2,✉}

С.Ю. ЛИХАЧЕВА¹, канд. физ.-мат. наук

И.В. СМАГИН¹

¹ Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет (ННГАСУ), ул. Ильинская, д. 65, г. Нижний Новгород, 603000, Российская Федерация

² ООО «Автоматизация проектных работ» [ГК «SCAD Soft»], Рубцовская наб., д. 4, к. 1, помещ. VII, г. Москва, 105082, Российская Федерация

Аннотация

Введение. Деформационная теория пластичности (деформационная теория) может широко использоваться в физически нелинейных расчетах при простых или сходящихся к простым нагружениях. В частности, для анализа сейсмостойкости каменных зданий деформационная теория может быть использована в рамках нелинейного статического метода. При сравнении с теориями типа течения деформационные теории позволяют реализовать большее количество механизмов разрушения, задавая сложную объединенную фигуру прочности материала, не имея проблем с сингулярностью предельных поверхностей нагружения.

Цель. Разработка варианта деформационной теории пластичности каменных кладок при плоском напряженном состоянии с учетом ортотропии прочностных свойств.

Материалы и методы. Проведен анализ известных деформационных теорий. Физические соотношения формулируются в матричном виде для использования в компьютерных расчетах. Сравнение математической модели с экспериментальными результатами производится методами регрессионного анализа.

Результаты. Описана деформационная теория каменных кладок как квазиортотропного материала без учета деформационной анизотропии. Предложена фигура прочности каменных кладок, учитывающая ортотропию прочностных свойств и зависящая от угла между главными осями и осями ортотропии. Описана методика трансформации двух базовых кривых деформирования каменных кладок.

Выводы. Описана квазиортотропная деформационная модель каменной кладки, которая может быть использована в программах МКЭ-анализа, а также в написании плагинов к уже имеющимся программным комплексам, в частности к программному комплексу SCAD Office с моделью деформационной теории пластичности.

Ключевые слова: каменная кладка, деформационная теория пластичности, критерий прочности, диаграмма деформирования, ортотропия, плоское напряженное состояние

Для цитирования: Поздеев М.Л., Лихачева С.Ю., Смагин И.В. Квазиортотропная деформационная теория пластичности каменных кладок при плоском напряженном состоянии. *Вестник НИЦ «Строительство»*. 2024;43(4):218–231. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2024-4\(43\)-218-231](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2024-4(43)-218-231)

Вклад авторов

Поздеев М.Л. – сбор и анализ материалов, написание статьи.

Лихачева С.Ю. – научное руководство, редактирование.

Смагин И.В. – подготовка дополнительных графических материалов.

Финансирование

Исследование выполнено в рамках гранта правительства Нижегородской области для молодых ученых из областного бюджета в форме субсидии (договор № 316-06-16-13а/24).

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 31.05.2024

Поступила после рецензирования 27.06.2024

Принята к публикации 01.07.2024

QUASI-ORTHOTROPIC DEFORMATION THEORY OF MASONRY PLASTICITY IN PLANE STRESS STATE

M.L. POZDEEV^{1,2,✉}

S.Yu. LIKHACHEVA¹, Cand. Sci. (Physics and Mathematics)

I.V. SMAGIN¹

¹Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, Ilyinskaya str, 65, Nizhny Novgorod, 603000, Russian Federation

²Automation of Design Works (SCAD Soft Group), Rubtsovskaya nab., 4, bld 1, room VII, Moscow, 105082, Russian Federation

Abstract

Introduction. The deformation theory of plasticity (deformation theory) can be widely applied in physically nonlinear calculations under simple or converging to simple loadings. In particular, for the analysis of the seismic resistance of masonry buildings, the deformation theory can be utilized within the framework of the nonlinear static method. Compared to flow type theories, deformation theories enable a greater number of failure mechanisms to be implemented by defining a complex combined strength figure of the material without encountering issues with singularities in the limiting loading surfaces.

Aim. To develop a variant of the deformation theory of plasticity for masonry in a plane stress state, taking into account the orthotropy of strength properties.

Materials and methods. The study involved an analysis of known deformation theories. The physical relationships were formulated in matrix form for use in computer calculations. The comparison of the mathematical model with experimental results was performed using regression analysis methods.

Results. A deformation theory for masonry is described as a quasi-orthotropic material without considering deformation anisotropy. The authors proposed a strength figure for masonry that accounts for the orthotropy of strength properties and depends on the angle between the principal axes and the axes of orthotropy. A methodology for transforming two basic deformation curves for masonry is outlined.

Conclusions. The presented quasi-orthotropic deformation model for masonry can be utilized in finite element analysis programs and in developing plugins for existing software systems, particularly for the SCAD Office software suite with a deformation plasticity theory model.

Keywords: masonry, deformation theory of plasticity, strength criterion, deformation diagram, orthotropy, plane stress state

For citation: Pozdeev M.L., Likhacheva S.Yu., Smagin I.V. Quasi-orthotropic deformation theory of masonry plasticity in plane stress state. *Vestnik NIC Stroitel' stvo = Bulletin of Science and Research Center of Construction*. 2024;43(4):218–231. (In Russian). [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2024-4\(43\)-218-231](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2024-4(43)-218-231)

Authors contribution statement

Pozdeev M.L. – collection and analysis of materials, writing the article.

Likhacheva S.Yu. – academic advising, editing.

Smagin I.V. – preparation of additional graphic materials.

Funding

The study was carried out under a grant from the Government of the Nizhny Novgorod Region for young scientists provided in the form of a subsidy from the regional budget [Contract No. 316-06-16-13a/24].

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Received 31.05.2024

Revised 27.06.2024

Accepted 01.07.2024

Введение

Выполнение расчетов каменных конструкций с учетом физической нелинейности при сложных напряженных состояниях является важной задачей обеспечения надежности зданий в рамках как реконструкции, так и нового строительства. Актуальность расчетов в условиях плоского напряженного состояния возрастает для строительства сейсмостойких зданий, каменные стены которых обеспечивают горизонтальную жесткость, а их нелинейное поведение под нагрузкой обеспечивает демпфирование и уменьшает сейсмическую реакцию конструктивной системы здания в целом.

В инженерной практике наиболее распространенным методом анализа сейсмостойкости является линейно-спектральный метод. В рамках этого метода рассматривается упругая работа системы, а уменьшение сейсмической нагрузки за счет нелинейных эффектов косвенно учитывается согласно СП 14.13330.2018 «СНиП II-7-81* Строительство в сейсмических районах» [1] коэффициентом допускаемых повреждений K_d . В нормах европейского сообщества Eurocode 8 (EN 1998-1) [2] введен аналогичный коэффициент поведения q . Авторы работ [3, 4] указывают на слабую обоснованность данного коэффициента, в частности в работе [3] отмечается его историческое изменение для каменных конструкций.

Использование нелинейных моделей материалов позволяет обосновать сейсмостойкость здания без использования косвенных коэффициентов. При анализе сейсмостойкости с учетом нелинейной работы материала в рамках деформационной теории может быть использован нелинейный статический метод (Pushover Analysis) [4]. При отсутствии цикличности в рамках метода реализуется простой тип нагружения, когда компоненты девиатора напряжений возрастают пропорционально одному параметру, что позволяет использовать для такого расчета предпосылки деформационной теории. Феноменологические подходы требуют большого представительного объема данных для анализа в отличие от микромоделей [5], однако более оптимальны для инженерного расчета зданий и сооружений. При сравнении с теориями типа течения [6, 7] они позволяют реализовать большее количество механизмов разрушения, задавая сложную объединенную фигуру

прочности материала, решая проблему сингулярности предельных поверхностей нагружения. В работе [8] использование деформационной теории бетона [9] для каменных кладок показало наилучшее соответствие с результатами эксперимента при уровнях нагружения 0,5–0,75 от предельной вертикальной силы, недооценив несущую способность при малых величинах обжатия, что говорит об актуальности совершенствования деформационной теории.

Основные гипотезы

Описанная в статье квазиортотропная деформационная теория для каменных кладок основана на работах [9–12]. Модель расширена на случай ортотропного материала в сравнении с [11, 12] и учитывает дилатационные эффекты в отличие от [10]. В модели рассматривается обобщенное плоское напряженное состояние, то есть учитываются деформации из плоскости нагружения, возникающие за счет коэффициента поперечной деформации.

Для установления деформационных зависимостей выдвигается ряд гипотез:

- сдвиговая деформация на октаэдрических площадках γ_o является непрерывной нелинейной функцией октаэдрического касательного напряжения τ_o , вида напряженного состояния ξ и угла между главными напряжениями и осями ортотропии α ;

- средняя деформация ϵ_o является непрерывной нелинейной функцией октаэдрического нормального (среднего) напряжения σ_o , вида напряженного состояния ξ и угла между главными напряжениями и осями ортотропии α ;

- основные физические соотношения в начальной точке деформирования должны соответствовать закону Гука для линейно-упругого изотропного тела;

- предельная поверхность в осях главных напряжений и деформаций соответствует поверхности для ортотропного материала и является функцией вида напряженного состояния ξ (или ω, χ) и угла между главными напряжениями и осями ортотропии α .

Разрабатываемая модель не учитывает развитие деформационной анизотропии. Данный вопрос представляет особый интерес будущих исследований.

Обобщенный закон Гука для нелинейно-упругого тела

Введем ортогональную систему координат XYZ , такую, что направление оси X будет параллельно горизонтальным растворным швам кладки, а Y – параллельно вертикальным швам.

В работе [13] показано, что при статическом расчете каменных конструкций, кладка которых выполнена из керамического полнотелого и пустотелого (с пустотностью до 25 %) кирпича, ее деформационные характеристики следует принимать как для изотропных материалов.

Используя нотацию Фойгта, тензоры напряжений и деформаций могут быть представлены в виде шестимерных векторов σ и ϵ соответственно. Тогда обобщенный закон Гука для изотропного материала может быть записан в матричном виде:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \tag{1}$$

или в сокращенной форме:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S}\boldsymbol{\sigma}, \tag{2}$$

где $\mathbf{S}$ – матрица податливости.

Поскольку в рамках деформационной теории решается задача о нелинейно-упругом теле, вместо постоянных параметров упругости, составляющих матрицу податливости, могут быть рассмотрены их секущие (редуцированные) значения, решая линейную задачу упругости на каждом шаге нагружения. При этом деформационные зависимости, характеризующие нелинейное поведение, определяются обобщенными кривыми деформирования $\tau_o - \gamma_o$ и $\sigma_o - \varepsilon_o$.

Действительные значения редуцированных технических характеристик (модуля деформации E_{red} и коэффициента поперечной деформации ν_{red}) могут быть выражены через известные значения (по зависимостям $\tau_o - \gamma_o$ и $\sigma_o - \varepsilon_o$) секущего модуля сдвига $G_{red} = G_o/\psi$ и секущего модуля объемной деформации $K_{red} = K_o/\varphi$ (рис. 1):

$$E_{red} = \frac{9K_o/\varphi \times G_o/\psi}{3K_o/\varphi + G_o/\psi}; \nu_{red} = \frac{3K_o/\varphi - 2G_o/\psi}{2(3K_o/\varphi + G_o/\psi)}, \tag{3}$$

где ψ и φ – параметры пластичности, определяемые в следующем разделе статьи.

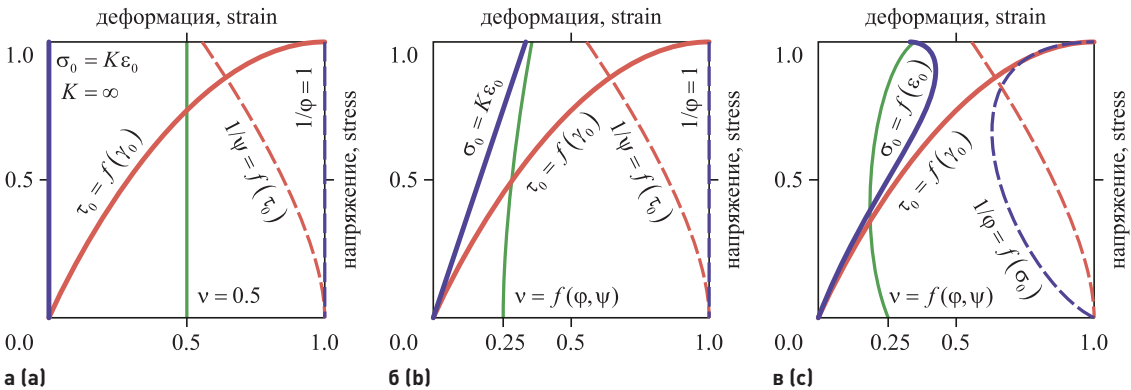


Рис. 1. Нелинейные зависимости к определению переменных параметров упругости: а – при $K = \infty$; б – при $K = K_o$; в – при учете дилатации
Fig. 1. Nonlinear dependencies for determining variable elasticity parameters: a – at $K = \infty$; b – at $K = K_o$; c – when considering dilatation

На рис. 1 в относительных координатах отражен характер изменения коэффициента поперечной деформации ν в процессе нелинейного деформирования в зависимости от вида обобщенных кривых $\tau_o - \gamma_o$ и $\sigma_o - \varepsilon_o$. При $K = K_0 = \infty$ (рис. 1а) коэффициент $\nu = 0,5$ при любом уровне напряжений, что соответствует поведению несжимаемого тела (модель каменной кладки Тюпина [10]), при $K = \text{const} = K_0$ (рис. 1б) коэффициент ν нелинейно увеличивается вплоть до значения, равного 0,5. При учете дилатации (нелинейной зависимости $\sigma_o - \varepsilon_o$) (рис. 1в) коэффициент ν сначала нелинейно уменьшается, а затем возрастает также вплоть до значения 0,5.

Кривые деформирования

Для определения нелинейного поведения кладки в процессе нагружения в рамках рассматриваемой модели требуется задание двух обобщенных кривых деформирования: $\tau_o - \gamma_o$ и $\sigma_o - \varepsilon_o$ (гипотезы 1 и 2 соответственно), затем определение функциональных зависимостей для параметров пластичности ψ и ϕ .

Для учета разупрочнения материала требуется задание кривых с ниспадающей ветвью. В работе [14] приведен обзор известных зависимостей $\sigma - \varepsilon$ для случая одноосного сжатия кладочных образцов. Можно выделить два типа диаграмм: трех- и пятипараметрические. Поведение ветви разупрочнения трехпараметрической диаграммы определяется соотношением начального E_0 и секущего в предельном состоянии E_u модулей. В работе [14] показана хорошая корреляция такой зависимости с экспериментальными данными для кладки из бетонных блоков.

В работе [15] на основе экспериментальных исследований [16] показано, что на постпиковое поведение кирпичной кладки влияет вид используемого раствора, так образцы с добавками извести показали более пластическое поведение. Для более точного задания ниспадающей зависимости может использоваться пятипараметрическая диаграмма, приведенная в работе [15].

При построении зависимости $\tau_o - \gamma_o$ использовано трехпараметрическое уравнение вида (рис. 2):

$$\tau_o(\gamma_o) = \tau(\gamma) = \tau_u \frac{A\bar{\gamma}}{A - 1 + \bar{\gamma}^A}, \quad \bar{\gamma} = \frac{\gamma}{\gamma_u}; \quad A = \left(1 - \frac{\tau_u}{\gamma_u G_0}\right)^{-1}, \quad (4)$$

где G_0 – начальный модуль сдвига;

τ_u – предельное октаэдрическое касательное напряжение;

γ_u – предельная октаэдрическая сдвиговая деформация.

Уравнение (4) позволяет получить требуемый характер постпикового поведения кладки в области растяжения и сжатия. Так, при стремлении отношения G_u/G_0 к единице (рис. 2) разрушение имеет хрупкий характер, что характерно для работы кладки при растяжении; при уменьшении данного соотношения разрушение имеет более выраженный пластический характер, как при работе кладки на сжатие.

Каменная кладка является дилатирующим материалом, на что указывают экспериментальные исследования, например в работе [17] приведены нелинейные зависимости осевого напряжения как функции объемной деформации. Введем условие, согласно которому в предельном состоянии коэффициент поперечной деформации ν достигает значения

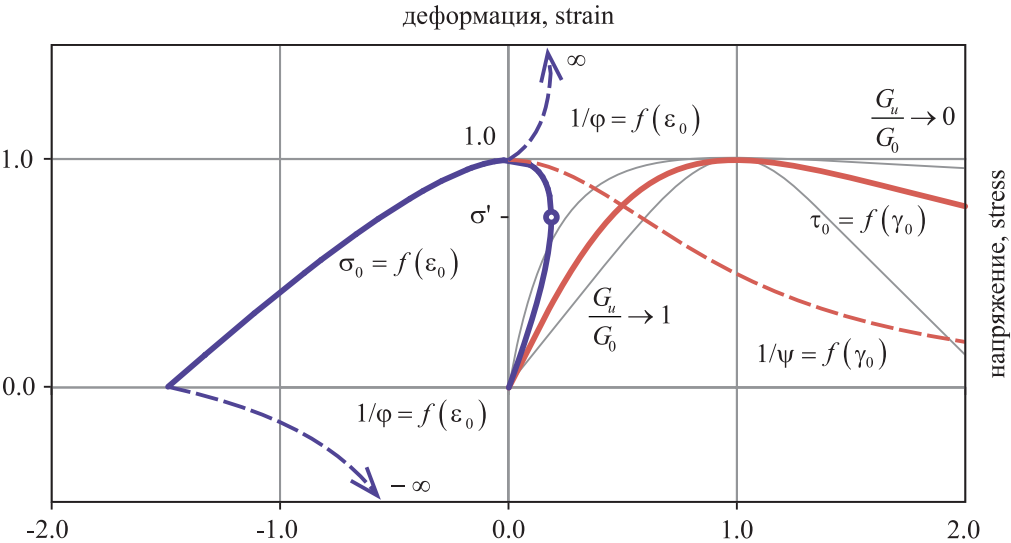


Рис. 2. Кривые деформирования $\tau_0 - \gamma_0$ и $\sigma_0 - \epsilon_0$, функции параметров пластичности ψ и ϕ
Fig. 2. Deformation curves $\tau_0 - \gamma_0$ and $\sigma_0 - \epsilon_0$, functions of plasticity parameters ψ and ϕ

0,5, что соответствует значению объемного модуля деформации $K = \infty$, тогда нелинейная зависимость $\sigma_0 - \epsilon_0$ может быть представлена в виде (рис. 2):

$$\begin{aligned} \sigma_o(\epsilon_o) &= \sigma(\epsilon) = \frac{1}{2} \left(K_0 \sigma + \sigma_u - \sqrt{\sigma_u^2 - 2K_0 \sigma_u \sigma} \right), \sigma \leq \sigma' \\ \sigma_o(\epsilon_o) &= \sigma(\epsilon) = \frac{1}{2} \left(K_0 \sigma + \sigma_u + \sqrt{\sigma_u^2 - 2K_0 \sigma_u \sigma} \right), \sigma > \sigma' \end{aligned} \tag{5}$$

где K_0 – начальный объемный модуль упругости;
 σ_u – предельное октаэдрическое нормальное напряжение;
 $\sigma' = 3\sigma_u/4$ – напряжение макротрещинообразования.

Для описанных кривых деформирования могут быть определены функциональные зависимости (рис. 1):

параметр пластичности по сдвиговым деформациям:

$$\psi(\gamma) = G_0 \gamma \frac{A - 1 + \bar{\gamma}^A}{A \tau_u \bar{\gamma}}, \quad \bar{\gamma} = \frac{\gamma}{\gamma_u}; \quad A = \left(1 - \frac{\tau_u}{\gamma_u G_0} \right)^{-1}, \tag{6}$$

параметр пластичности по объемным деформациям:

$$\begin{aligned} \phi(\epsilon) &= \frac{2K_0 \epsilon}{K_0 \sigma + \sigma_u - \sqrt{\sigma_u^2 - 2K_0 \sigma_u \sigma}}, \sigma \leq \sigma' \\ \phi(\epsilon) &= \frac{2K_0 \epsilon}{K_0 \sigma + \sigma_u + \sqrt{\sigma_u^2 - 2K_0 \sigma_u \sigma}}, \sigma > \sigma' \end{aligned} \tag{7}$$

Вид кривых ψ и ϕ зависит от значений следующих переменных характеристик, выражаемых как функции нескольких переменных:

$$\sigma_u = f(\xi, \alpha); \quad \tau_u = f(\xi, \alpha); \quad \gamma_u = f(\omega, \chi, \alpha), \quad (8)$$

где α – угол между главными напряжениями и осями ортотропии;

$\xi = \sigma_o / \tau_o$ – параметр вида напряженного состояния;

ω, χ – параметры вида деформационного состояния.

Для описания функциональных зависимостей (8) требуется задание предельной кривой прочности (фигуры прочности) в осях главных напряжений и предельной поверхности в осях главных деформаций.

Фигура прочности каменной кладки в осях главных напряжений

Фигура прочности каменной кладки может быть описана системой уравнений, ограничивающей область допускаемых напряжений в пространстве главных напряжений.

Фигура прочности базируется на экспериментальных исследованиях [18, 19], выполненных на образцах из керамических кирпичей, и не учитывает увеличение двухосной прочности кладки при повышении относительной прочности раствора в современных кладках [20].

В работе [21] в области двухосного сжатия (С1, С3 на рис. 3) и растяжения (Т1, Т3 на рис. 3) фигура прочности кладки принимается по теории максимальных нормальных напряжений. Компоненты вектора предельного напряжения в главных осях при сжатии $R_{c,31} = (R_{c3}, R_{c1})^T$ и растяжении $R_{t,31} = (R_{t3}, R_{t1})^T$ для заданного напряженного состояния выражаются через предельные напряжения в осях ортотропии $R_{c,uv} = (R_{cu}, R_{cv})^T$ и $R_{t,uv} = (R_{tu}, R_{tv})^T$ соответственно в области двухосного сжатия и растяжения по формулам:

$$R_{c,31} = AR_{c,uv}; \quad R_{t,31} = AR_{t,uv}; \quad A = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где A – матрица поворота.

Предельная кривая прочности при действии главных растягивающих напряжений (ТQ на рис. 3) может быть представлена в виде квадратичной параболы, огибающей предельные круги Мора при одноосном растяжении и сжатии. Уравнение такой параболы имеет вид:

$$\tau_{xy} = \frac{R_{tw}}{R_{t1}} \sqrt{R_{t1}(R_{t1} - \sigma_x)}; \quad R_{tw} = R_{t1} \sqrt{2 - \frac{R_{c3}}{R_{t1}} - 2 \sqrt{1 - \frac{R_{c3}}{R_{t1}}}}, \quad (10)$$

где σ_x – нормальное напряжение на площадке предельных касательных напряжений;

R_{tw} – расчетное сопротивление главным растягивающим напряжениям, которое в общем случае определяется экспериментально, а при условии огибания предельных кругов Мора может быть выражено через расчетные сопротивления при одноосном сжатии и растяжении.

Индексы в уравнении (10) указывают на то, что значение соответствующих расчетных сопротивлений, вычисляемых по формулам (9), берутся на взаимно перпендикулярных главных площадках.

Напряжения на главных площадках $\sigma_{31} = (\sigma_3, \sigma_1, 0)^T$ могут быть выражены через напряжения на площадках предельных касательных напряжений $\sigma_{xy} = (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})^T$ по формуле:

$$\sigma_{31} = B\sigma_{xy}; \quad B = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta & \sin^2 \beta & -\sin 2\beta \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & \sin 2\beta \\ 0,5 \sin 2\beta & -0,5 \sin 2\beta & \cos 2\beta \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где B – матрица поворота;

β – угол между максимальным главным напряжением и нормальным напряжением на предельной площадке сдвига.

Таким образом, уравнение (10), соответствующее условию прочности при действии главных растягивающих напряжений, может быть представлено в главных напряжениях в виде функции $f(\sigma_3, \sigma_1)$, заданной параметрически через σ_x :

$$\begin{cases} \sigma_3(\sigma_x) = \sigma_x \cos^2 \beta + \sigma_y \sin^2 \beta - \tau_{xy} \sin 2\beta, \\ \sigma_1(\sigma_x) = \sigma_x \sin^2 \beta + \sigma_y \cos^2 \beta + \tau_{xy} \sin 2\beta \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{где } \tau_{xy} = f(\sigma_x) = \frac{R_{tw}}{R_{tl}} \sqrt{R_{tl}(R_{tl} - \sigma_x)}; \quad \sigma_y = f(\sigma_x) = \sigma_x - R_{tw}^2/R_{tl};$$

$$\beta = f(\sigma_x) = 0,5 \operatorname{arccot} \left(R_{tw} / \left(2\sqrt{R_{tl}(R_{tl} - \sigma_x)} \right) \right).$$

При увеличении угла α между горизонтальными швами кладки и площадками главных напряжений разрушение происходит за счет сдвига по неперевязанным швам. Данное предельное состояние (SQ на рис. 3) в осях ортотропии нормами представлено в виде уравнения $\tau_{uv} = R_{sq} - \mu\sigma_u$. Согласно уравнению (11), оно может быть преобразовано к функции в координатах главных напряжений:

$$\sigma_1 = \frac{R_{sq} - \sigma_3 (\mu \cos^2 \alpha - 0,5 \sin 2\alpha)}{(\mu \sin^2 \alpha + 0,5 \sin 2\alpha)}. \quad (13)$$

Уравнения (9), (12), (13) в координатах главных напряжений ограничивают область допускаемых напряжений и формируют объединенную фигуру прочности. На рис. 3 представлены конфигурации данной фигуры при разных углах α наклона главных осей к осям ортотропии.

Таким образом, зная фигуру прочности каменной кладки, можно описать поверхности предельных напряжений $\sigma_u = f(\xi, \alpha)$, $\tau_{uv} = f(\xi, \alpha)$ (рис. 4).

Предельная поверхность в осях главных деформаций

Поскольку для анизотропного тела векторы октаэдрического касательного напряжения и октаэдрической сдвиговой деформации не коллинеарны в пространстве главных деформаций, то для задания функции $\gamma_u = f(\omega, \chi, \alpha)$ введем предельную поверхность по типу Сен-Венана (рис. 5а), ограничивающую три главных напряжения в зоне растяжения.

Тогда для каждого радиус-вектора может быть определено значение предельной сдвиговой деформации γ_u (рис. 5б) и в общем случае предельной средней деформации ϵ_u (рис. 5в) путем разложения полного вектора ϵ на его составляющие.

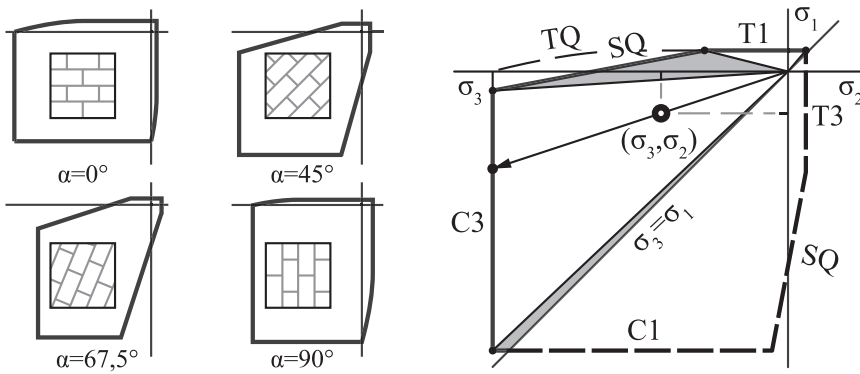


Рис. 3. Фигура прочности каменной кладки при плоском напряженном состоянии
Fig. 3. Strength figure of masonry in plane stress state

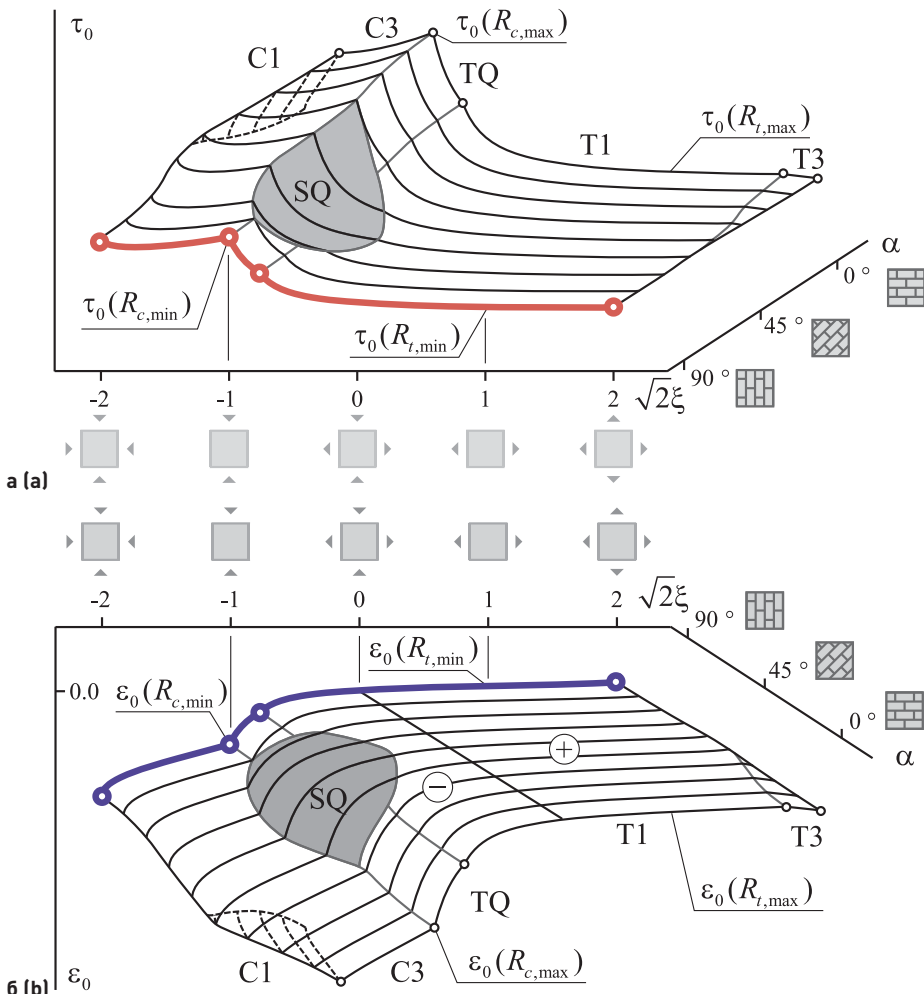


Рис. 4. Поверхности предельных касательных (а) и нормальных (б) октаэдрических напряжений
Fig. 4. Surfaces of limiting octahedral shear (a) and normal (b) stresses

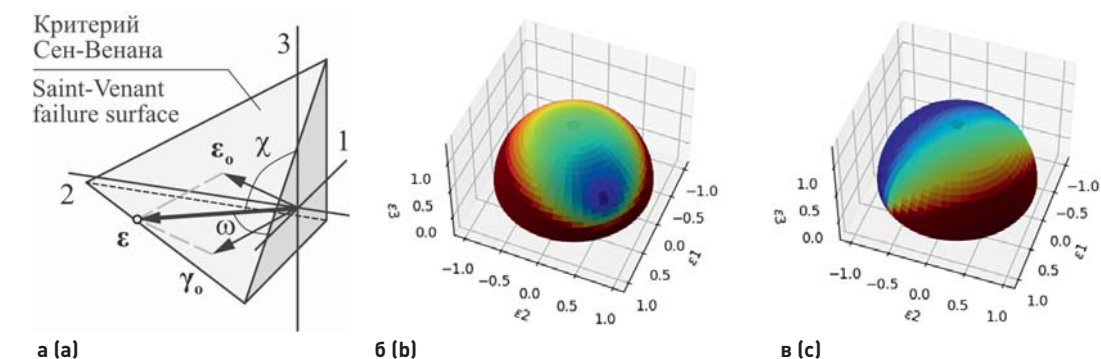


Рис. 5. Предельная поверхность в осях главных деформаций (а) и предельные значения деформаций на единичной сфере: б – сдвиговые γ_v ; в – средние нормальные ϵ_v
Fig. 5. Limit surface in the axes of principal deformations (a) and limit values of deformations on a unit sphere: b – shear γ_v ; c – average normal ϵ_v

Заключение

Описана деформационная теория каменных кладок как квазиортотропного материала с учетом ортотропии прочностных свойств и без учета деформационной анизотропии. Предложена фигура прочности каменных кладок при плоском напряженном состоянии, зависящая от угла между главными осями и осями ортотропии. Описана методика трансформации двух базовых кривых деформирования каменных кладок.

Полученные результаты позволяют производить расчет неармированных каменных кладок стен по деформационной теории путем трансформации кривых деформирования с учетом вида напряженного состояния и угла поворота главных осей относительно осей ортотропии.

Список литературы

1. СП 14.13330.2018. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81* [интернет]. Режим доступа: <https://www.minstroyrf.gov.ru/docs/17067/>
2. EN 1998-1-1:2024. Eurocode 8. Design of structures for earthquake resistance – General rules and seismic action. <https://doi.org/10.3403/30439956u>
3. Кабанцев О.В. Пластическое деформирование и разрушение каменной кладки в условиях двухосного напряженного состояния. Вестник МГСУ. 2016;(2):34–48.
4. Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В., Колесников А.В. Нелинейный статический метод анализа сейсмостойкости зданий и сооружений. Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2016;(5):39–47.
5. Кабанцев О.В. Дискретная модель каменной кладки в условиях двухосного напряженного состояния. Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2015;(4):113–134.
6. Lourenço P.B., De Borst R., Rots J.G. A plane stress softening plasticity model for orthotropic materials. International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1997;40(21):4033–4057. [https://doi.org/10.1002/\[sici\]1097-0207\(19971115\)40:21<4033::aid-nme248>3.0.co;2-0](https://doi.org/10.1002/[sici]1097-0207(19971115)40:21<4033::aid-nme248>3.0.co;2-0)
7. Lourenco P. Anisotropic Softening Model for Masonry Plates and Shells. Journal of structural engineering. 2000;126(9):1008–1016. [https://doi.org/10.1061/\[asce\]0733-9445\(2000\)126:9\(1008\)](https://doi.org/10.1061/[asce]0733-9445(2000)126:9(1008))
8. Поздеев М.Л., Лихачева С.Ю., Смагин И.В., Радайкин О.В. Расчет каменных стен с использованием деформационной теории пластичности. Вестник Казанского государственного энергетического университета. 2023;15(3):163–174.

9. Филалко С.Ю. Четырехузловой конечный элемент для моделирования поведения тонкостенных железобетонных конструкций. Инженерно-строительный журнал. 2014;(5):27–36.
10. Тюпин Г.А. Деформационная теория пластичности каменной кладки. Строительная механика и расчет сооружений. 1980;(6):28–30.
11. Гениев Г.А. Вариант деформационной теории пластичности бетона. Бетон и железобетон. 1969;(2):18.
12. Круглов В.М., Ерофеев В.Т., Ватин Н.И., Аль Дулайми Салман Давуд Салман. Вариант деформационной теории пластичности бетона в плоском напряженном состоянии. Транспортные сооружения [интернет]. 2019;(4). Режим доступа: <https://t-s.today/PDF/11SATS419.pdf>.
13. Деркач В.Н. Анизотропия деформационных свойств каменной кладки. Глобальная энергия. 2011;(1):201–207.
14. Alwathaf A., Thanoon W., Jaafar M., Noorzaei J. Mathematical modelling of stress-strain curves of masonry materials. Australian Journal of Structural Engineering. 2013;13:219–230. <https://doi.org/10.7158/s11-110.2012.13.3>
15. Поздеев М.Л., Лихачева С.Ю. Подбор параметров аппроксимирующей кривой диаграммы сжатия каменной кладки. Приволжский научный журнал. 2023;(3):34–41.
16. Kaushik H., Rai D., Jain S., Asce M. Stress-strain characteristics of clay brick masonry under uniaxial compression. Journal of Materials in Civil Engineering. 2007;19(9): 728–739. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0899-1561\(2007\)19:9\(728\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0899-1561(2007)19:9(728))
17. Doerr A., Gebbeken N., Larcher M., Steyerer M. The effect of near-field explosions on masonry walls [internet]. In: ISIEMS/ICPSAt: Potsdam, Germany; 2013. https://www.researchgate.net/publication/298788966_The_Effect_of_Near-Field_Explosions_on_Masonry_Walls
18. Page A.W. The biaxial compressive strength of brick masonry. Proceedings of the Institution of Civil Engineers. 1981;71(3):893–906. <https://doi.org/10.1680/iicep.1981.1825>
19. Page A.W. The strength of brick masonry under biaxial tension-compression. International journal of masonry construction. 1983;3(1):26–31.
20. Поздеев М.Л., Смагин И.В. Сравнение критериев прочности неармированной каменной кладки в области двусосного сжатия. В: XI Всероссийский Фестиваль науки: сб. докладов, Нижний Новгород, 20–21 октября 2021 г. Нижний Новгород: Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет; 2021, с. 200–204.
21. Гениев Г.А., Курбатов А.С., Самедов Ф.А. Вопросы прочности и пластичности анизотропных материалов. Москва: Интербук; 1993.

References

1. SP 14.13330.2018. Seismic building design code. Udated version of SNiP II-7-81* [internet]. Available at: <https://www.minstroyrf.gov.ru/docs/17067/>. (In Russian).
2. EN 1998-1-1:2024. Eurocode 8. Design of structures for earthquake resistance – General rules and seismic action. <https://doi.org/10.3403/30439956u>
3. Kabantsev O.V. Plastic Deformation and Fracture of Masonry under Biaxial Stresses. Vestnik MGSU. 2016;(2):34–48. (In Russian).
4. Jinchvelashvili G.A., Bulushev S.V., Kolesnikov A.V. Nonlinear static method for analyzing seismic resistance of buildings and structures. Seismostoitkoe Stroitel`stvo. Bezopasnost` sooruzhenii = Earthquake engineering. Constructions safety. 2016;(5):39–47. (In Russian).
5. Kabantsev O.V. Discrete Model of Masonry under Biaxial Stresses. Vestnik of Tomsk state university of architecture and building. 2015;(4):113–134. (In Russian).
6. Lourenço P.B., De Borst R., Rots J.G. A plane stress softening plasticity model for orthotropic materials. International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1997;40(21):4033–4057. [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1097-0207\(19971115\)40:21<4033::aid-nme248>3.0.co;2-0](https://doi.org/10.1002/(sici)1097-0207(19971115)40:21<4033::aid-nme248>3.0.co;2-0)
7. Lourenco P. Anisotropic Softening Model for Masonry Plates and Shells. Journal of structural engineering. 2000;126(9):1008–1016. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(2000\)126:9\(1008\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(2000)126:9(1008))
8. Pozdееv M.L., Likhacheva S.Yu., Smagin I.V., Radaykin O.V. Simulation of masonry wall using the deformation theory of plasticity. Kazan state power engineering university bulletin. 2023;15(3):163–174. (In Russian).

9. *Fialko S.Yu.* Four-node finite element for modeling the behavior of thin-walled reinforced concrete structures. Magazine of Civil Engineering. 2014;(5):27–36. (In Russian).
10. *Tyupin G.A.* Deformation theory of plasticity of masonry. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. 1980;(6):28–30. (In Russian).
11. *Geniev G.A.* A variant of the deformation theory of plasticity of concrete. Beton i Zhelezobeton = Concrete and Reinforced Concrete. 1969;(2):18. (In Russian).
12. *Kruglov V.M., Yerofeev V.T., Vatin N.I., Al Dulaimi Salman Dawud Salman.* Version of the deformation theory of plastic ductility of concrete in a plane stress state. Russian journal of transport engineering [internet]. 2019;(4). Available at: <https://t-s.today/PDF/11SATS419.pdf>. (In Russian).
13. *Derkach V.N.* Anisotropy of deformation properties of masonry. Global energy. 2011;(1):201–207. (In Russian).
14. *Alwathaf A., Thanoon W., Jaafar M., Noorzaee J.* Mathematical modelling of stress-strain curves of masonry materials. Australian Journal of Structural Engineering. 2013;13:219–230. <https://doi.org/10.7158/s11-110.2012.13.3>
15. *Pozdeev M.L., Likhacheva S.Yu.* Calculation of approximating curve parameters of masonry compression diagram. Privolzhsky Scientific Journal. 2023;(3):34–41. (In Russian).
16. *Kaushik H., Rai D., Jain S., Asce M.* Stress-strain characteristics of clay brick masonry under uniaxial compression. Journal of Materials in Civil Engineering. 2007;19(9):728–739. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0899-1561\(2007\)19:9\(728\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0899-1561(2007)19:9(728))
17. *Doerr A., Gebbeken N., Larcher M., Steyerer M.* The effect of near-field explosions on masonry walls [internet]. In: ISIEMS/ICPSAt. Potsdam, Germany; 2013. https://www.researchgate.net/publication/298788966_The_Effect_of_Near-Field_Explosions_on_Masonry_Walls
18. *Page A.W.* The biaxial compressive strength of brick masonry. Proceedings of the Institution of Civil Engineers. 1981;71(3):893–906. <https://doi.org/10.1680/iicep.1981.1825>
19. *Page A.W.* The strength of brick masonry under biaxial tension-compression. International journal of masonry construction. 1983;3(1):26–31.
20. *Pozdeev M.L., Smagin I.V.* Comparison of strength criteria of non-reinforced masonry in the field of biaxial compression. In: XI All-Russian Science Festival: Collection of reports, Nizhny Novgorod, October 20–21, 2021. Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering; 2021, pp. 200–204. (In Russian).
21. *Geniev G.A., Kurbatov A.S., Samedov F.A.* Issues of strength and plasticity of anisotropic materials. Moscow: Interbuk Publ.; 1993. (In Russian).

Информация об авторах / Information about the authors

Максим Леонидович Поздеев , аспирант кафедры теории сооружений и технической механики, ННГАСУ, Нижний Новгород; инженер-исследователь, ООО «Автоматизация проектных работ» (ГК «SCAD Soft»), Москва

e-mail: maksim.leon.pz@yandex.ru

Maksim L. Pozdeev , Postgraduate Student, Department of Theory of Structures and Technical Mechanics, Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, Nizhny Novgorod; Research Engineer, Automation of Design Work (SCAD Soft Group), Moscow

e-mail: maksim.leon.pz@yandex.ru

Светлана Юрьевна Лихачева, канд. физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры теории сооружений и технической механики, ННГАСУ, Нижний Новгород

e-mail: lihsvetlana@yandex.ru

Svetlana Yu. Likhacheva, Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Professor of the Department of Theory of Structures and Technical Mechanics, Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, Nizhny Novgorod

e-mail: lihsvetlana@yandex.ru

Илья Васильевич Смагин, аспирант кафедры теории сооружений и технической механики, ННГАСУ, Нижний Новгород

e-mail: ivsmag@vk.com

Ilya V. Smagin, Postgraduate Student, Department of Theory of Structures and Technical Mechanics, Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, Nizhny Novgorod

e-mail: ivsmag@vk.com

✉ Автор, ответственный за переписку / Corresponding author